

## *A mes pairs:*

### **Gaz granulaire et 2<sup>nd</sup> Principe de thermodynamique:**

**un gaz "dur", un gaz de combat, un gaz de débat manqué**

**P. Evesque**

**Lab MSSMat, umr 8579 cnrs, Ecole Centrale Paris,  
92295 Châtenay-Malabry, e-mail: [pierre.evesque@ecp.fr](mailto:pierre.evesque@ecp.fr)**

#### **Abstract :**

This paper explains within simple arguments why the physics of granular gas has to be understood in a new way, different to the one proposed by P. Haff, and able to describe the energy delivered to it and dissipated by it. This requires to take into account the difference in the mean particle speed in the + and – ways of the excitation direction. These different means  $V_+ (= \Sigma m v_+ / \Sigma m)$  and  $V_- (= \Sigma m v_- / \Sigma m)$  exist mainly everywhere in the sample as shown in P&G17, 577 (2009) and P&G18, 1,(2010). In steady excitation, which imposes  $(\Sigma m v_+ + \Sigma m v_-) = 0$ , this generates the existence of a new force  $|P^+| - |P^-|$ , where  $P^\pm (= m \Sigma v_\pm^2)$  are the mean kinetic pressures in the two  $\pm$  directions, due to the fact that the “pressures”  $P^\pm$  on the two sides of a fixed plane are different. This new force was not taken into account; it is due to the speed asymmetry, combined with a particle-particle restitution coefficient  $e$  smaller than 1. In the scientific literature, everything is treated as if one did want to deliver energy to the granular gas: the granular system at a local uniform temperature at the boundary, so that it cannot make any work (second principle of thermodynamics). It gets heat only from the boundary. If this was true, it would help mining excavation and treatment. This article tries to understand how we arrived there there.

**Pacs # :** 5.40 ; 45.70 ; 62.20 ; 83.70.Fn ; 45.35i ; 45.70.Mg ; 83.80.fg ; 46.80.Ff ; 05.20.-y

### *En Français*

#### **1. Motivations:**

Certaines personnes aimeraient que je parte à la retraite, ou que je change de sujet. Mes résultats scientifiques récents montrent, et montreront, que je pense correctement. Ce sont eux, et la déontologie scientifique, qui me forcent à agir ainsi. A mon avis, il est déraisonnable d'espérer que mes résultats soient faux. Il est déraisonnable aussi de penser que mon laboratoire, ses chefs, ses autorités de tutelle n'ont pas les moyens d'évaluer sérieusement mes propos, et finalement de penser que je suis sujet à une "hallucination" involontaire; ainsi on pourra conclure plus tard que le laboratoire, ses chefs et ses autorités de tutelle ont subi une hallucination qu'ils diront "involontaire".

Mais ce mot "involontaire" mérite d'être mis entre guillemets, car pour moi s'il y a hallucination, celle-ci est volontaire et masque un dysfonctionnement majeur du

système, lié à une incompatibilité (des règles administratives) que tout le monde refuse de voir.

Pour moi, ce refus d'identification est un concept inhumain, déifiant totalement l'administration. C'est le refus par la technocratie administrative de la vérité scientifique, pour se simplifier la vie et pour ne pas pouvoir être sanctionné pour irréalisme. Ce refus est aussi bête que de refuser  $f = m \gamma$ . Donc cette méthode de décision, si elle est pérennisée, aura des conséquences catastrophiques, dans notre monde où le raisonnable est de plus en plus contesté parce qu'il est de plus en plus complexe. Le pire est que les technocrates "nouveaux" seront incapables de raisonner correctement même lorsque le cas restera simple, car ils "analyseront aussi des cas très complexes et seront donc formés à "comprendre" l'imprévisible (pour eux) en acquiescant bêtement, car ils penseront que cet "imprévisible" reste quand même prévisible (pour certains autres, i.e. les "happy few scientifiques", qui leur assureront maîtriser la donne).

Le problème est que dans les situations complexes de petites modifications peuvent changer les choses, et que les scientifiques eux-mêmes peuvent avoir du mal à analyser correctement le système en action et en interaction. De là cette nouvelle règle administrative, qui permet et permettra à un incompetent de décider par soumission disciplinaire pour assurer sa soif de pouvoir, sans se remettre en cause pour son incapacité. L'administrateur de service ayant appris à utiliser et justifier cette règle, il deviendra incapable de reconnaître la simplicité de certains cas et pourra appliquer son protocole partout sans inquiétude, et il deviendra incapable d'éviter même des erreurs grossières.

L'exemple scientifique que je présente ici est un cas très simple d'erreur "grossière", que l'on peut analyser facilement. Cela dit, cette erreur perdure depuis vingt ans maintenant dans la communauté scientifique, et il n'est pas sûr qu'elle ne perdurera pas plus longtemps, les autorités acceptant l'absence de débat sur le sujet. Il est donc de mon devoir de l'analyser correctement et d'essayer de convaincre le maximum de personnes, de leur faire comprendre les résultats nouveaux et les contradictions avec les interprétations précédentes, publiées dans maints journaux scientifiques. La thèse de 2011 de H. Wang [1] (Experiments and simulations on granular gases, Un. Massachussets, Amherst, 1/2/2011) peut servir de référence à l'état de l'art passé, tandis que mes articles de 2009-à-2012 de Poudres & Grains [2-4], permettront de cerner mieux la réalité (à mon avis) (P&G = <http://www.poudres-et-grains.ecp.fr>). Si vous voulez aussi un avis d'autorité pour vous simplifier la vie, veuillez consulter l'avis de J. Villain dans Poudres & Grains [5] (J. Villain; Shaken sand, stress and test particles, P&G **20**, 29-36 (2012)).

D'où l'on conclura (*Errare humanum est, sed perseverare diabolicum*) qu'on a atteint le régime démoniaque depuis assez longtemps (le démon est ici du type poly-déiste, car l'on feint de croire à la loi de Boltzmann (ou à tout autre vérité partielle) même quand elle n'est pas vérifiée).

Le pire dans cette situation est que je pense pouvoir expliquer à tout le monde pourquoi mes résultats scientifiques permettent de contredire les modèles *poudres & grains* **20**, 52-67 (décembre 2012)

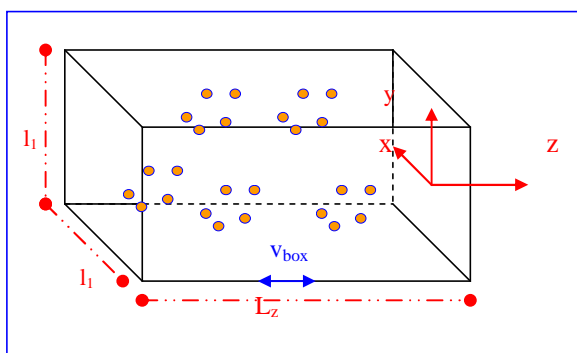
hydrodynamiques des gaz granulaires. Et c'est ce que j'ai l'intention de faire maintenant. Un gaz granulaire est un gaz dissipatif, i.e. qui perd de l'énergie par collision. Je reporte en annexe l'exposé des règles mécaniques de collision entre paroi et particule ou entre deux particules, qui sont simples et relativement connues. Pour simplifier aussi, l'exposé ne considérera que des particules identiques, sphériques et de même masse  $m$ .

Je commencerai par une introduction simple du problème: qu'est-ce qu'un gaz granulaire. Puis j'introduirai le cas d'un gaz classique, qui ne dissipe pas par collision entre billes, excité par des parois vibrantes et athermiques; celles-ci pourront soit être parfaites (collisions bille-paroi élastiques), soit être inélastiques; j'introduirai ensuite des dissipateurs thermiques locaux et la solution thermique qu'ils engendrent; c'est la solution proposée actuellement par la communauté scientifique pour décrire les gaz granulaires. Je décrirai ensuite des différences entre cette solution et celle qu'on observe réellement soit dans les simulations de gaz réellement dissipatif, soit dans le cas d'expériences sur des gaz macroscopiques de billes réelles. Je montrerai les différences et donnerai une explication plausible qui tient compte des distributions réelles des vitesses et des paramètres de dissipation.

## 2. Présentation simple d'un gaz "granulaire" et de sa physique:

Un gaz granulaire est un gaz dissipatif, qui perd de l'énergie par collision entre particules. Pour exister, ces gaz dissipatifs doivent être excités continuellement. Leur comportement sont encore assez mal connus et posent des problèmes théoriques importants. Ces systèmes sont-ils homogènes? Obéissent-ils aux mêmes lois macroscopiques que les gaz classiques? Comment caractériser leur distribution de vitesse locales et globale? Dépendent-elles du type d'excitation fournie?

En effet, on pourrait supposer tout d'abord qu'un tel gaz prend de l'énergie partout en son sein grâce à un couplage efficace en tout lieu avec le même thermostat. Dans ce cas on trouverait que la distribution des vitesses des particules serait celle que le thermostat impose, c'est à dire qu'elle correspondrait à la température imposée, qu'elle serait isotrope et gaussienne, tout ceci imposé par le thermostat. Et le problème est résolu. Mais ce schéma est-il tout le temps vrai?



**Figure 1:** Schéma d'une expérience permettant d'étudier un gaz granulaire: Une boîte rectangulaire que l'on secoue périodiquement [amplitude  $b$ , vitesse  $V_{\text{box}}(t)$ ] contient des billes de même taille  $d$  et de même masse  $m$ .

On pourrait aussi envisager des couplages locaux avec différents thermostats à différentes températures.... Peut-on généraliser cette vision à tout autre système. Par

exemple, si l'on met quelques grains sphériques de même masse  $m$  dans une boîte (longueur  $L_z$ , côtés  $l_1$ ) et qu'on secoue cette dernière périodiquement (période  $T$ ) avec une amplitude  $b$  faible et une fréquence  $f=1/T$ , qu'observe-t-on ?

Supposons pour simplifier que  $L_z \gg b$  et que la gravité  $g$  est nulle aussi. Que peut-on dire? Le lecteur qui le désire peut voir ce phénomène en film, sur le site du Palais de la Découverte, dans la rubrique un chercheur une manip du 27 Février-27 Mars 2008; <http://www.palais-decouverte.fr/index.php?id=1662>).

Mais ici réfléchissons un peu; on cherche à connaître le régime stationnaire, c'est à dire celui qui est stable dans le temps. Procédons par étape en décomposant le problème.

Tout d'abord, lorsque l'excitation se fait par des parois vibrantes (dans le cas par exemple d'une cellule vibrée), les billes (de vitesse  $V$ ) arrivent probablement moins vites aux parois actives qu'elles n'en repartent, car ce choc leur permet de récupérer de l'énergie qu'elles transféreront au gaz de proche en proche pour lui fournir de l'énergie par collision. On peut donc prévoir que les billes du centre seront moins excitées que les billes qui repartent des parois, lorsque les billes ne passent pas d'une traite d'une paroi à l'autre sans rencontrer d'autres billes.

Donc on peut envisager a priori que dans ce cas, et près des parois actives, les vitesses de la bille  $V_-$  &  $V_+$ , avant et après le choc avec la parois sont telles que

$$|V_-| < |V_+|$$

(où  $|u|$  représente la valeur absolue de  $u$ ); on note aussi que  $V_-$  et  $V_+$ , les composantes des vitesses dans la direction normale à la paroi, sont de signes opposés, puisque les billes se réfléchissent sur la paroi.

Mais est-ce toujours vrai? Regardons tout d'abord le cas d'un vrai gaz parfait où les collisions ne dissipent pas.

### 3. Gaz parfait excité périodiquement par des parois athermiques

Le problème que nous voulons aborder dans cette section est: Peut-on utiliser la référence classique au gaz parfait, tel qu'on le connaît? Peut-être, mais on doit considérer un cas "extravagant", car les parois ne doivent pas jouer le rôle de thermostat, mais doivent pouvoir fournir au système l'énergie créer par les vibrations des parois: en effet, le cas classique considérerait que le gaz est à la température  $T$  de l'enceinte et on chercherait à caractériser les ondes de pressions produites par les vibrations. On définirait la vitesse du son dans le gaz, puis les ondes propagatives, et les ondes stationnaires, le facteur de qualité.....

Ainsi dans ce cas actuel, le problème ressemblerait plus à un **problème de Fermi**, purement théorique dans notre cas, car il ne représente qu'une expérience de pensée, irréalisable dans la pratique, mais propre à la pédagogie. (Fermi était réputé pour poser en cours aux Etats Unis des problèmes pédagogiques simples en réalité, mais semblant impossibles à résoudre si l'on est incapable de faire des hypothèses

réalistes. Un des nombreux exemples est la question suivante: quel est le nombre approximatif d'accordeurs de piano dans New York <sup>1</sup>).

Ici Fermi aurait posé la question suivante, quelle est la température probable d'une particule (ou d'une collection de particules) contenue(s) dans une boîte vibrée, toutes les collisions bille-bille étant élastiques. La réponse doit tenir compte des conditions de collisions paroi-bille. Ma réponse est:

### 3.a. Condition de collision bille-paroi élastique:

Lorsque la *dissipation par collision* bille-bille est nulle, la conservation de l'énergie par collision impose que la distribution des vitesses est partout la même. De plus, le théorème H [6] impose que cette distribution <sup>2</sup> est gaussienne, i.e.  $\exp(-V^2/V_0^2)$ .

Mais que doit-on prendre comme température, l'énergie typique moyenne d'une bille  $E_0 = k_B T = v_0^2 / (2m)$ . Elle est liée à distribution de vitesse, qui est liée aux conditions aux limites. Si les collisions aux parois conservent l'énergie, on aura  $V_+ = V_- + 2V_{\text{box}}$ . On en conclut que pour que  $V_+ = V_-$ , il faut que  $V_{\text{box}}$  soit très petit devant  $V_+$  &  $V_-$ . Donc la température du gaz doit tendre vers l'infini, puisque  $V_{\text{box}}$  est fini. En effet, la seule solution acceptable pour le gaz est bien que les billes aient autant de chance de gagner de l'énergie que d'en perdre lors d'un choc avec la paroi; comme cette probabilité de choc est proportionnelle à la différence  $(V_- - V_{\text{box}})$ , ceci n'est possible qu'à  $V_-$  infinie.

### 3.b. Condition de collision bille-paroi inélastique:

Lorsque la collision avec les parois dissipe l'énergie, on définit le coefficient de restitution  $e$  (voir annexe) par la relation  $(V_+ - V_{\text{box}}) = -e (V_- - V_{\text{box}})$  (où  $1-e$  est la part de vitesse relative perdue à chaque collision); soit  $V_- + V_+ = (1+e) V_{\text{box}} + (1-e) V_-$ . Pour que les vitesses moyennes  $V_+ = V_-$ , on doit donc avoir  $V_+ = -V_- = (1+e) V_{\text{box}} / (1-e)$ ; en moyennant, ceci donne une valeur pour la vitesse moyenne  $V_0 \approx V_{\text{box}} (1+e) / (1-e)$ . La vitesse moyenne des billes est donc liée à celle de la paroi via  $e$ . Elle peut donc devenir très grande (quand  $e$  est proche de 1, voir infini quand  $e=1$ ).

Il faudrait aussi agrémente cette discussion de bon nombre de commentaires pour compléter l'étude. Tout d'abord on devrait discuter la possibilité de voir des ondes sonores se propageant (ou stationnaires) à la fréquence d'oscillation, comme

<sup>1</sup> La réponse est approximativement la suivante: comme la population de New York est de 10 000 000 d'habitants à peu près, que la proportion de celle-ci à détenir un piano est 1/100, le nombre de pianos est 100 000 à peu près, ce qui nécessite 100 000 heures de travail pour les accorder une fois par an, donc au travail de 50 à 100 accordeurs. Appliquer à Paris, les pages jaunes donnent 21 à 30 noms d'accordeurs suivant qu'on incorpore la proche banlieue ou non..

<sup>2</sup> Pour comprendre un peu mieux ce résultat qui a engendré des querelles scientifiques, on peut simplement chercher une distribution  $f(v)$  stable avant et après la collision entre 2 billes. Cette collision est proportionnelle à  $f(v) f(v')$  qui doit se transformer en  $f(v'') f(v''')$ . Comme les collisions à 2 billes conservent l'énergie et la quantité de mouvement totales, le produit de distribution  $\exp(-v^2) \exp(-v'^2)$  conserve aussi ces mêmes quantités, ce qui valide la forme de la distribution gaussienne. Il faudrait aussi montrer que c'est la seule forme possible.

on les voit avec un système thermostaté. Existe-t-il ici un couplage spécifique entre ces ondes sonores et le mode de fonctionnement de base précédent? N'y a-t-il pas la possibilité de cas non stationnaires aussi, de génération de chaos plus complexe?... Il n'est pas possible de répondre sérieusement à ces questions sans pouvoir les tester expérimentalement. Et pour bien montrer la difficulté, regardons simplement le cas d'une bille isolée remplaçant le gaz parfait. Dans ce cas la bille traverse la boîte sans rencontrer d'autres billes; le mouvement est donc propagatif (et non diffusif comme dans un vrai gaz<sup>3</sup>); ceci se voit aussi dans l'équation de Boltzmann, qui décrit l'évolution de la fonction  $f(V)$  de distribution des vitesses de la bille, pour laquelle la fonction de distribution se propage linéairement de proche en proche jusqu'au moment où la bille rencontre la paroi, à ce moment  $f(V)$  se réfléchit en perdant une certaine proportion de sa vitesse relative avec la paroi<sup>3</sup>.

Mais considérons le problème de la bille unique plus en détail pour voir si l'on peut se permettre des raisonnements à l'emporte-pièce. Le cas d'une bille dans une boîte ne dépend plus des conditions de collision entre billes, et ne dépend que des conditions de collision avec les parois. On peut donc utiliser des billes inélastiques dans ces expériences. Et qu'observe-t-on?

### 3.c. cas d'une bille inélastique:

Comme nous venons de le dire, ce cas ne devrait pas être trop différent des précédents *a priori*, surtout si l'on peut considérer des billes inélastiques. En effet comme ces billes ne se rencontrent pas dans le cas à 1 bille, on pense pouvoir utiliser directement le cas du §-3.b. En fait, nous allons voir qu'il n'en est rien. Bien nous a pris de faire l'expérience et nous avons été surpris des résultats, même si l'expérience n'a été faite au départ que pour étalonner nos billes et nos gauges de mesure.

En fait, nos expériences ont montrées [7] que la boîte et les parois peuvent jouer le rôle de résonateur pour certaines amplitudes, avec accrochage du mouvement de la bille à la fréquence  $T$  d'excitation, de telle sorte que la bille prend un mouvement périodique avec des conditions tels que  $T V_+ = T V_- = L_z/k$  aux parois, où  $k$  est un nombre entier petit. Si l'on met 2 billes ensemble dans cette configuration, les deux billes voyagent de conserve sans se percuter. Compte tenu des valeurs des coefficients de restitution, ce régime ne s'observe qu'à grande amplitude de vibration, (mais c'est celui qu'on observe très souvent dans la pratique). Dans ce régime, on observe aussi des instants chaotiques (mais nous n'avons pas encore eu l'occasion d'étudier ces intermittences et leur statistique). A plus bas régime d'excitation, la bille rentre dans un régime plus chaotique, avec une vitesse instantanée différente à chaque rebond; sa trajectoire reste essentiellement linéaire et unidimensionnelle et stable, quasi aléatoire 1d.

Il est "surprenant" que ce régime réduise fortement le nombre de degrés de liberté de la bille (degrés de translations transverses et de rotations). En fait, l'existence de parois parallèles ou presque parallèles bloque ces mouvements dans

<sup>3</sup> Dans le cas du gaz de billes précédents, cette fonction de distribution  $f$  se propage de collision entre billes en collision entre billes. Ceci donne un caractère diffusif à l'équation de Boltzmann de  $f$ .

les directions perpendiculaires à l'axe de vibration. On s'est servi de ces effets pour mesurer précisément le coefficient de restitution bille-paroi de nos billes [8]. On a alors mesuré un coefficient de restitution normal  $e$  proche de 0.95, et quasi-indépendant de la vitesse de l'impact (ce qui était contraire aux prédictions des simulations 2d ou 3d). Ceci démontre que les collisions entre billes dissipent probablement beaucoup plus à cause du frottement solide, car il contraint l'espace des mouvements entre billes en diminuant les degrés de liberté relative au moment du choc.

Ce problème est donc nettement plus dur qu'il n'y paraissait [7]. Si l'on augmente le nombre de billes dans la boîte, mais leur nombre reste faible pour qu'elles se collisionnent peu entre elles le régime quasi périodique avec intermittence perdure car  $e$  est proche de 1 et l'amplitude expérimentale  $b$  de vibration est souvent grande par rapport à la taille  $L$  de la boîte. Il faudrait étudier aussi des configurations moins spécifiques, où la direction de vibration n'est pas perpendiculaire à une des surfaces de l'enceinte, ou lorsque les particules ne sont plus sphériques, ou lorsque les surfaces du container ne sont pas planes, ou que l'on ajoute des obstacles fixes..... N. Vandewalle et ses collègues de Liège ont récemment réétudié ce genre de cas à une particule et ont retrouvé une partie de ces résultats ainsi que d'autres phénomènes similaires.

Si l'on augmente encore le nombre de particules un peu plus, le système commence à ressembler à un gaz, le mouvement latéral des billes devient nettement plus grand et erratique aussi; la distribution de vitesse observée est de type exponentielle, en  $\exp(-V/V_0)$ . Nous ne pouvons donc toujours pas affirmer que cette distribution est équivalente celle d'un gaz parfait. Cette distribution est-elle liée à la forme de l'excitation (par impulsion), ou à la géométrie du container? Est-elle liée aussi à l'existence d'une dissipation, qui brise la règle de conservation de l'énergie totale lors des collisions, que l'on traduit par l'existence d'un coefficient  $e$  de restitution entre billes plus petit que 1. Tout cela reste à préciser.

Revenons maintenant au cas d'un gaz parfait de billes, avec des collisions billes-bille élastiques; et cherchons d'autres solutions possibles, mimant une dissipation d'énergie locale.

#### **4. Gaz parfait excité périodiquement par des parois athermiques et dissipant des Joules**

On peut repartir du modèle des §-3.a et §-3.b pour décrire l'évolution d'un système légèrement différent, apte à dissiper des calories. Des exemples sont connus:

##### **4.a Cas d'un plan à température imposée $T_m$ au centre de la cellule**

Nous avons vu dans les paragraphes §-3.a et §-3.b que les conditions aux limites imposées par les parois est celle d'une température  $T_0$ ;  $T_0$  est soit égale à l'infini (cas du §-3.a) soit finie (cas du §-3.b).

Lorsqu'on rajoute un plan interne à  $T_m$  et que la différence de température  $T_o - T_m$  est faible, on peut linéariser les équations. La pression  $p$  reste constante pour assurer l'équilibre mécanique ; la température  $T$  (et la densité  $\rho$  de particules) varie linéairement entre  $T_o$  et  $T_m$ , (mais en sens inverse l'une de l'autre, si  $T$  décroît,  $\rho$  croît, tel que  $T\rho/p = \text{constante}$ ) la chaleur est transportée de la source chaude à la source froide, donc de  $T_o$  à  $T_m$  si  $T_o > T_m$ , ou le contraire de  $T_m$  à  $T_o$  si  $T_o < T_m$ .

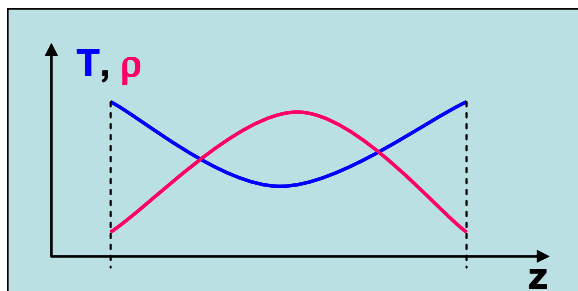
**Convection:** Si l'on rajoute l'effet de la gravité et que la direction de vibration est dans le sens verticale, on obtiendra en plus une convection naturelle dans la demi cellule du bas (ou du haut) selon que  $T_o > T_m$  ( ou  $T_o < T_m$ ), suivant les règles classiques de convection [9].

Dans ce cas particulier, la dissipation / (transfert vers l'extérieur) d'énergie calorifique est locale, concentrée sur le plan central si  $T_o > T_m$ . Le milieu gazeux ne sert donc qu'à transférer l'énergie calorifique de la source chaude à la source froide.

#### 4.b Cas d'un gaz parfait simulant une dissipation thermique locale

On peut modifier le modèle précédent pour introduire une dissipation locale liée aux collisions entre particules. On peut alors considérer que (i) la température du système existe en tout point, (ii) qu'elle vérifie l'équation d'état  $R T \rho/p = \text{constante}$ , (iii) que  $p = \text{constante}$  (sans gravité) sinon cela imposerait un déséquilibre mécanique (iv) puis que l'énergie thermique est dissipée localement par les collisions, en fonction de certaines règles de collision entre particules.

On peut trouver une solution réaliste qui tient compte de la condition aux bords sur  $T$  ( $T=T_o$ ). Elle est représentée sur la Fig. 2. La température  $T$  décroît jusqu'à un minimum (au centre de la cellule), la densité  $\rho$  de particule croît jusqu'à un maximum (au centre de la cellule). La pression, elle, reste constante dans la cellule.



**Figure 2:** Distribution de la température et de la densité de particules dans une cellule contenant un gaz à l'équilibre thermodynamique parfait dans le modèle du §- 4.b, c'est-à-dire dans lequel on extrait une quantité de chaleur proportionnelle à l'énergie locale des collisions.

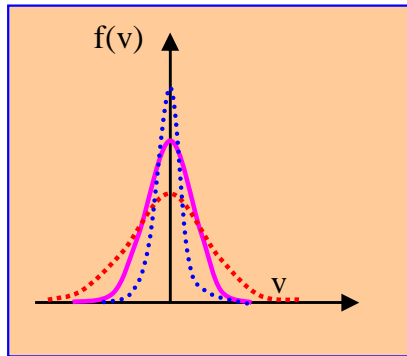
Si on s'intéresse à la distribution des vitesses, elle est localement gaussienne, imposée par les règles locales de la thermodynamique; mais la température et la densité du milieu varient selon  $z$  comme sur la Fig. 3. Il s'ensuit une distribution globale non gaussienne comme nous le montrons dans la remarque suivante:

**Remarque:** La pression doit rester constante dans la cellule (en l'absence de gravité); la loi du gaz parfait impose donc  $\rho T = \text{Constante}$ . En se rappelant la théorie cinétique des gaz, la distribution  $f(V, T)$  est du type:

$$f(V, T) = A [n_T / (T^{d/2})] \exp(-V^2/(BT))$$



où  $n_T$  est la densité locale à la température  $T$ , et où  $d$  est la dimension de l'espace ( $d=1, 2$ , ou  $3$ ), avec  $n_T \approx 1/T$ .



**Figure 3:** Distribution local des vitesses des particules dans le modèle du §- 4.b. Les trois courbes représentent différents endroits, à des températures de gaz différentes (bleu au centre, violet au quart de la cellule, rouge au bord). La distribution qui domine aux grandes vitesses est la plus « évasées », correspondant à la température la plus grande.

La distribution globale  $f_g(v)$  est celle qui additionne toute les contributions aux différents points de la cellule, donc aux différentes températures. On peut donc écrire  $f_g(v) = \int dt f(V,T)$ . En faisant le changement de variable  $u=1/T$ ,  $du = - dt/T^2$ , on a à évaluer:

$$\int f(V,T) dT = -2 A \int_{u_{\min}}^{u_{\max}} \{u^{(d-2)/2} du\} \exp(-uV^2/B)$$

Dans le cas où la dimension  $d$  est 2, qui est le plus simple, la distribution devient la différence de deux gaussiennes; et la queue de distribution sera donc gaussienne, dominée par le terme  $u_{\min}$ , soit  $T_{\max}$ .

Nous nous arrêtons là dans la discussion de ce cas pour passer à la discussion du cas d'un gaz réellement dissipatif, c'est-à-dire pour lequel les lois de collision entre billes font intervenir de la dissipation à travers un coefficient  $e$  de restitution différent de 1.

## 5. Gaz réel excité périodiquement par des parois athermiques et dissipant par collision

Essayons d'aborder ce problème à partir des différentes considérations déjà présentées.

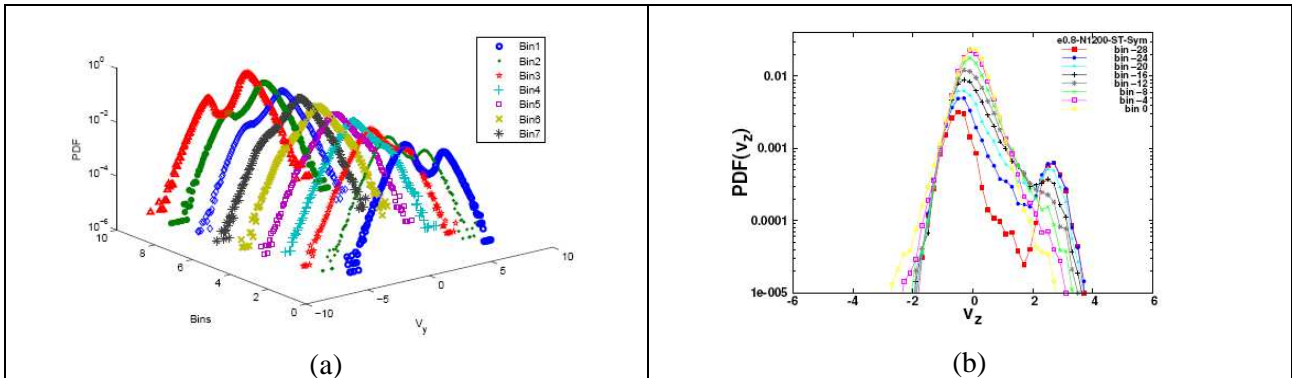
Le modèle précédent (§-4.c) est celui que la littérature retient [1, 10, 11] dans l'ensemble pour un gaz granulaire. Celle-ci n'en présente pas réellement d'autres dans la pratique. Il semble cohérent et efficace. Est-il exact?

Un autre problème de la littérature est de ne pas étudier ce qui se passe réellement aux conditions aux limites (sauf dans certains cas [11]) en tant que telles

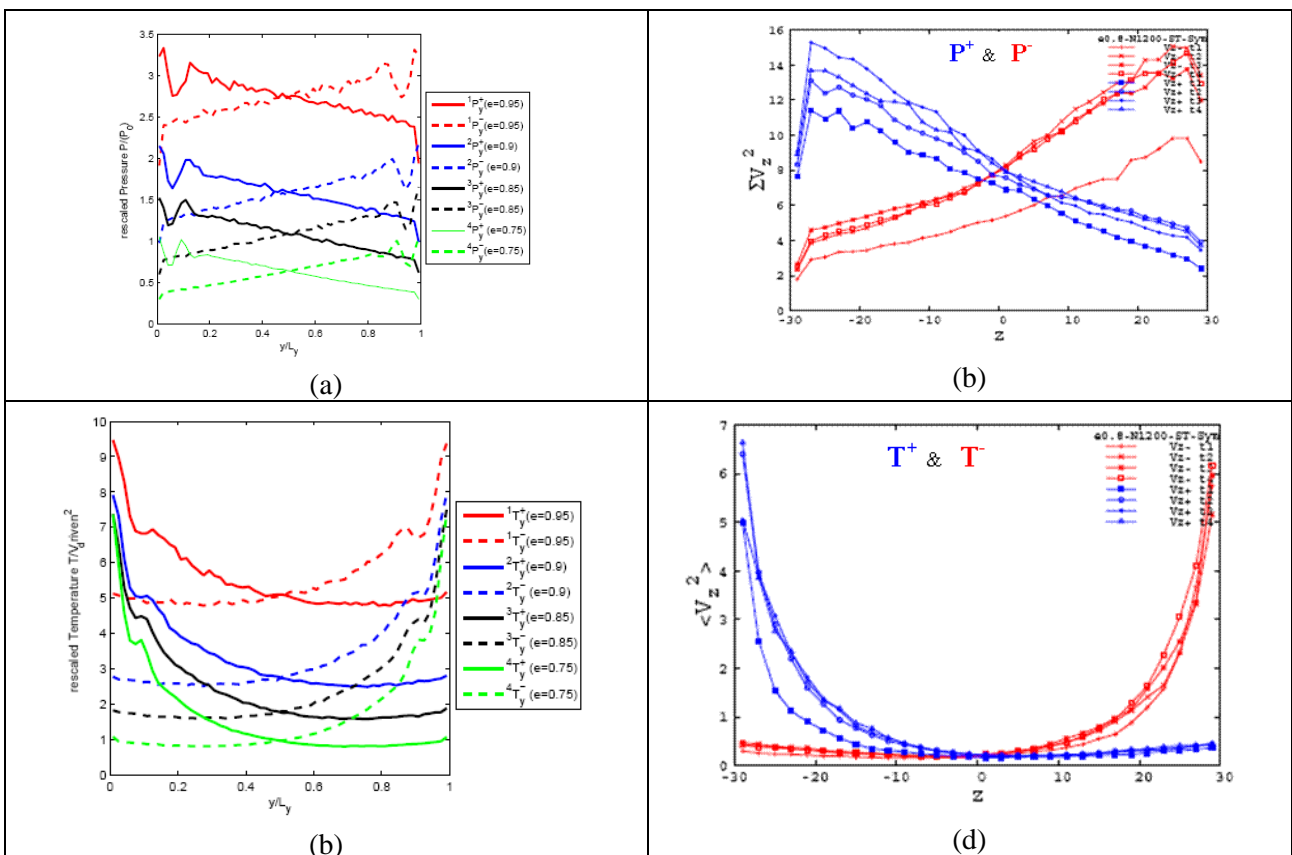
Or nous avons vu à la fin du §-3 que nous pouvions supposer que la règle de collision aux parois permettait des vitesses de billes près des parois telles que la vitesse  $V_+$  et  $V_-$  étaient différentes, ou égales suivant la condition aux limites choisie. Ceci est vrai tant que le coefficient de restitution  $e$  des collisions entre billes est inférieur à 1 ; lorsque  $e=1$  la situation redevient celle du §-4, pour lequel  $V_+=V_-$ . En tout cas le modèle du §-4 ne prévoit pas cette complexification. Qu'en est-il vraiment ?

**5.a. Est-que  $V_+$  est égal à  $V_-$  partout dans la cellule ?**

Peu d'articles parlent réellement de l'observation des conditions aux limites. Beaucoup disent qu'il n'y a pas de problème, mais ne donnent aucune mesure. Le principal article [11] qui parle de ce problème en détail, ne le considère que comme un problème de condition aux limites pur, sans conséquence globale, sans possibilité de généralisation au gaz tout entier ; cela reste un effet de bord s'annulant très vite dans le « bulk » ; ceci sans qu'aucune preuve expérimentale ou numérique ne soit donnée. Montrons que ce ne peut être vrai :



**Figure 5:** a distribution des vitesses  $V_z$  dans la cellule en fonction la position par rapport à l'excitation. (a) : cas 2d; (b) : cas 3d, dans la demi-cellule de gauche. [2,4,13.b]



**Figure 6:** (a,b) distribution des Pressions  $P_+$  et  $P_-$  dans la cellule en fonction de la position de la distance de la couche par rapport à l'excitation. L'excitation est en dents de scie. (a) : cas 2d. (b) : cas 3d. (c,d) distribution des températures  $T_+$  et  $T_-$  dans la cellule en fonction de la position de la distance de la couche par rapport à l'excitation. (c) : cas 2d. (d) : cas 3d. [2,4,13.b]

Pour cela il suffit de mesurer les distributions de vitesses des particules en tout point de la cellule ; on trouve alors des distributions inhomogènes, ne ressemblant pas à des gaussiennes (cf. Fig 5). Peut-on comprendre l'effet ?

En effet, si la vitesse moyenne  $V_+$  est égale à la vitesse moyenne  $V_-$  et que l'on impose un flux nul  $N_+V_+ + N_-V_- = 0$ , l'énergie mécanique apportée par la couche de gauche à la couche de droite est nulle et réciproquement. Or, raisonnons aux parois d'abord, si l'on a besoin d'exciter le système par les parois c'est pour lui transmettre de proche en proche de l'énergie mécanique. Donc  $V_+ \neq -V_-$  aux parois ; mais comme c'est vrai aussi ailleurs (en plus faible),  $V_+ \neq -V_-$  partout (en plus faible).

C'est bien ce que montre nos simulations numériques 2d [13] et 3d [3,4] ; et leur constat est conforme à la théorie développée par Villain [5]. Nos résultats Airbus semblent dévier de la règle proposée par J. Villain, mais c'est probablement lié au grand nombre de collisions qui obligent probablement à intégrer des collisions à 3 ou 4 corps aussi.

Nos simulations montrent l'apparition d'un deuxième pic à plus haute vitesse près des parois vibrantes. Ce pic est bien sur plus petit que l'autre mais contribue fortement à l'excitation du système, puisqu'il est à grande vitesse. Ce pic s'intègre à l'autre au fur et à mesure qu'il progresse à l'intérieur du gaz. Son effet reste cependant visible car la différence de pression dynamique reste non nulle partout, sauf au centre du gaz.

Comme nous le verrons dans la conclusion, l'existence de ces deux températures différentes pour ce gaz est très probablement une conséquence du second principe de thermodynamique. Pour tout dire, le modèle de la fig.2 où le gaz n'est connecté qu'à une seule température n'est pas viable car il ne permet pas de concevoir que le gaz puisse fournir du travail. Or il en fournit, ne serait-ce que par friction et broyage.

### ***5.b : Est-ce que la distribution globale des vitesses est gaussienne $\exp(-v^2/V_0^2)$***

Contrairement à la modélisation proposée par la littérature (Fig.3), l'ensemble des mesures publiées dans les articles montrent une décroissance de type non exponentielle [1,11...], souvent en  $\exp[-(v^2/v_0^2)^{3/4}]$ , de temps en temps en  $\exp(-v/V_0)$ , toujours en désaccord avec le modèle. Mais cela n'est jamais pris en compte pour invalider le modèle de la littérature.

Dans les cas que nous avons étudiés [2-4, 7, 8, 13], nous observons une loi de distribution proche de  $\exp(-v/V_0)$ . Nous avons proposé une explication pour cette loi, liée à notre avis aux règles de collisions qui tolèrent la conservation de l'impulsion totale lors des collisions, mais pas celle de l'énergie cinétique.

Toujours est-il que cette déviation à la distribution gaussienne est une preuve de plus de l'incompatibilité du modèle théorique (§-4).

## 6. Comment interpréter ces résultats :

En posant avec  $\varepsilon = (1-e)/2$ , et en utilisant le formalisme de l'équation de Boltzmann [6, 10, 11, 15, ou 16], on obtient l'équation de Boltzmann gérant la densité  $\rho(v, x, t)$  sous une gravité  $g$ , d'une particule de masse  $m$  en un point  $x$ , à l'instant  $t$ , et ayant une vitesse  $v$ . Cette équation s'écrit :

$$\begin{aligned} \partial\rho/\partial t + v \partial\rho/\partial x - g \partial\rho/\partial v = \\ - \int du du' dv' \left| u-v \right| \rho(v,x,t) \rho(u,x,t) \delta\{u'-v+\varepsilon(v-u)\} \delta\{v'-u+\varepsilon(u-v)\} \\ + \int du du' dv' \left| v'-u' \right| \rho(u',x,t) \rho(v',x,t) \delta\{v-v'+\varepsilon(v'-u')\} \delta\{u-u'+\varepsilon(u'-v')\} \end{aligned}$$

Ici, le terme de droite représente seulement les collisions à deux corps. On a noté  $v$  et  $u$  les vitesses avant le choc et  $u'$  et  $v'$  celles après le choc, de telle sorte que  $u' = \varepsilon v + (1-\varepsilon)u$  et  $v' = \varepsilon u + (1-\varepsilon)v$ . Dans [10], les termes d'ordre supérieur (dont en particulier celui lié à la diffusion) sont introduits. Nous ne les considérerons pas maintenant et pour nous focaliser sur le terme qui manque dans le modèle du §-4. Il est composé des deux termes de la partie droite de l'égalité, qui peuvent s'écrire aussi au premier ordre en  $\varepsilon$  :  $\varepsilon \partial\{\int du (v-u) \left| v-u \right| \rho(v,x,t) \rho(u,x,t)\}/\partial v$ , de telle sorte que cette équation devient :

$$\partial\rho/\partial t + v \partial\rho/\partial x - g \partial\rho/\partial v = \varepsilon \partial\{\int du (v-u) \left| v-u \right| \rho(v,x,t) \rho(u,x,t)\}/\partial v \quad (1)$$

Où le terme  $[\varepsilon \partial\{\int du (v-u) \left| v-u \right| \rho(v,x,t) \rho(u,x,t)\}/\partial v]$  donne la contribution  $(\left| P^+ \right| - \left| P^- \right|)/m \dots$  grâce à la sommation  $(v-u) \left| v-u \right|$ .

Dans [10], le côté droit de l'Eq. (1) est noté « a » (voir Eq. (14) de [10]). Il est pris égal à 0 dans [10] en utilisant un principe de symétrie, qui n'est pas vérifié ici. Ce terme existe aussi dans [11], sans approximation.

La même Eq. (1) apparaît aussi dans [15]. Dans cet article, le titre est explicite, et il prouve l'accord des auteurs avec les positions présentes. L'article ne décrit pas explicitement l'erreur de [10], mais son titre parle de lui-même et la discussion relative à l'équation de Boltzmann est cohérente avec le reste de l'article ... Je suis désolé de ne pas avoir compris les « sous-entendus » à la première lecture de [15], ce qui m'a fait probablement classer cet article comme "un point de vue théorique ... inutilisable", avant que je n'aie révisé cette position ces derniers mois, lorsque je suis parti à la recherche d'un terme  $\{(v-u) \left| v-u \right|\}$  ayant le bon effet....

Il est probable que l'effet du terme  $\{(v-u) \left| v-u \right|\}$  existe quelle que soit la dimension de l'espace  $d$  ( $d=1, 2$  ou  $3$ ). C'est en tout cas ce que nous voyons expérimentalement en 2d [13], et numériquement en 2d [13.b] et 3d [2-5], et ce que la Fig. 10 de [11] laisse supposer aussi. Encore faudra-t-il quantifier les effets en fonction de  $d$  et comparer leurs valeurs...

**Ordres supérieurs :** On peut développer l'équation de Boltzmann à des ordres plus élevés (voir [6, 10]) comme d'habitude : le premier terme d'ordre supérieur [6, 10]

correspond à la diffusivité, terme bien connu et non nul; il pourrait cependant être perturbé par la dissipation. Mais les effets les plus essentiels devraient correspondre aux termes de puissance impaires, donc en  $(v-u)^{2n+1} |v-u|$ , qui sont nuls quand la distribution  $\rho(v)$  est symétrique,  $\rho(v,x) = \rho(-v,x)$ , mais qui ne le sont pas en cas d'asymétrie. ...

*Clustering:* Si l'on introduit un plan fictif ou un grosse bille fictive dans le milieu pour calculer/apprécier les effets moyens provoqués sur eux. On constate que le terme de l'Eq. (1) agit comme une force centripète sur ce plan ou cette particule [2]. Ceci explique donc la concentration des billes au centre de la cellule par une force de rappel centripète, qui explique le phénomène de "clusterisation". C'est le résultat des effets de bord, qui ont ici une portée infinie, c'est à dire jusqu'au centre de la boîte. En effet, cette force diminue vers le centre mais ne s'annule qu'au centre.

Ceci a probablement de nombreuses conséquences [2].

L'excitation du système par les parois se transmet de proche en proche, tout en diminuant. Il se concrétise à chaque couche par une différence entre les vitesses moyennes locales  $V_+$  et  $V_-$ , dont la différence (ou plutôt la somme) décroît, qui ne sont égales qu'au centre.

## Conclusion

Si l'on se réfère à la littérature scientifique, cette machine peut donc agiter et casser/broyer des grains en n'étant en relation qu'avec une source de chaleur. Cela va à l'encontre du second principe de Carnot! Ceci dit, si c'est vrai les fabricants de béton et les mineurs devraient l'utiliser à grande échelle !

Ce phénomène a l'air d'être validé par quelques académiciens contemporains, même si ce genre de machines produisant du travail à partir d'une seule source de chaleur est le seul sujet que désapprouve unanimement l'académie, puisqu'elle refuse même d'examiner et de discuter de ces systèmes a priori.

Ceci dit, ne jamais dire jamais. On peut toujours évoluer

Carnot n'a-t-il pas publié son livre à compte d'auteur ; c'est probablement pour cela que son travail doit être maintenant invalidé par nos penseurs, les comités du CNRS et de l'AERES !

Redevenons plus terre à terre.

Revenons à des articles scientifiques récents dont les résultats semblent corrects et non biaisés [17,18] ; ils reportent des résultats de simulations faites dans nos conditions expérimentales MiniTexus. Les Figs. 3-6 et 8 de [18] donnent les probabilités de distributions (pdf) obtenues en moyennant les distributions sur le volume total du système lorsque la cellule est en position médiane (i.e. quand  $v_{\text{box}} = b\omega$  et  $-b\omega$ )<sup>4</sup>. Le choix est volontaire ; car on n'aurait pas les mêmes distributions dans ces Figs 3-6, 8 de [16] si l'on n'avait étudié que la demi cellule du haut (ou du

bas) et/ou si l'on n'avait pas moyenné sur deux positions en opposition de phase<sup>4</sup>. Par exemple la queue de distribution à  $u \gg 0$  (ou à  $u \ll 0$ ) ne serait visible que pour la demi cellule du bas (ou du haut). C'est un artefact simple et efficace pour masquer l'hétérogénéité réelle, et la véritable difficulté à surmonter, et pour ne pas être obligé de déclarer l'invalidité de l'approche hydrodynamique classique. Une analyse des data en traçant les pdf des vitesses des particules par tranches horizontales aurait permis de lever toute l'ambiguïté et de démontrer l'hétérogénéité de distribution du gaz granulaire.

Dans cet article nous nous sommes focalisés sur un exemple de dysfonctionnement de la communauté scientifique. Il est anormal qu'un débat sain n'ait pas pu se créer entre les protagonistes scientifiques, pendant ces dix dernières années. C'est probablement lié au lobbying, à la volonté de puissance et de reconnaissance de ces lobbies et à la force éditoriales des éditeurs scientifiques. Mais ne nous y trompons pas, c'est probablement aussi l'inévitable montée de l'incompréhension entre les êtres, qui resurgit ici après les quelques siècles de lumières transcendés par la science. On observe ce renouveau de l'incompréhension dans la société à tous les niveaux : j'observe de temps en temps ou de plus en plus qu'on cherche à faire respecter des règles dont on ne comprend plus le sens et l'utilité. Quand ces règles se font trop oppressantes, on observe une rébellion partielle (dans les cités, dans les classes, vis-à-vis des règles administratives...).

La science cherchait à se tenir éloignée de ce genre de conflit, en prônant l'allégeance à la déontologie scientifique et à la suprématie de la confrontation au réel. Il semble que les volontés de glorioles et l'allégeance des universitaires et des chercheurs au « tout bruit », à la pub, à la notoriété et au financement ne permette plus la retenue nécessaire à la communauté, qui se transforme.... Notre communauté scientifique ne se laisse-t-elle pas aller à un racisme réel, (qui est d'inventer une espèce différente là où il n'y en a pas, pour se trouver géniale et déifier certains de ses contemporains). Le fait d'inventer des ramifications de plus en plus séparées et avec des interconnexions très difficiles à dominer, donc sans possibilité d'en discuter le bien fondé entre tenant des différentes disciplines ; c'est peut-être là le grand écueil. . .

Où est la pluridisciplinarité dans tout cela ?

<sup>4</sup> (voir [18] p:1, par:2, l:4-5) The dissipative character of the collisions implies a constant external energy supply and microgravity to subsist .

([18] p:7, par:2, l:7-8) the appearance of such a dynamical regime for  $b = 0.3$  mm requires the presence of additional phenomena such as inelastic collapse. The excitation is parallel to  $V_{z,box}$  and pdf distribution is measured at maximum cell speed in + and - .

## Annexe : Règle de collision

### 1. règle de collision paroi-bille

Si on considère un plan  $\mathcal{P}$  perpendiculaire à l'excitation et près de la paroi, la condition de stationnarité impose un flux de particules égal dans un sens et dans l'autre; d'où  $\sum_{V_+} n_+ V_+ + \sum_{V_-} n_- V_- = 0$ . On peut aussi définir la pression dynamique du gaz de chaque côté du plan  $\mathcal{P}$  par  $P = m \sum V^2$ , où  $P$  représente le flux de l'impulsion  $mV$ , et  $\sum$  indique la sommation sur toutes les particules qui traverse le plan à l'instant  $t$  par unité de temps). On définit aussi  $N_+ = \sum_{V_+} n_+$  et  $N_- = \sum_{V_-} n_-$ .

D'où des pressions dynamiques  $P_+ = \sum_{V_+} m n_+ V_+^2$  et  $P_- = \sum_{V_-} \langle m n_- V_-^2 \rangle$  différentes, puisque  $\langle m N_+ V_+ \rangle + \langle m N_- V_- \rangle = 0$  et que  $V_+ > V_-$ .

En fait quand on écrit  $N_+ V_+$ , c'est une sommation qu'on réalise, la somme  $m \sum V$  de toutes les vitesses des particules qui frappent la paroi par unité de temps, soit  $N_+ \langle V_+ \rangle$  pour les particules  $+$  (qui repartent) ou  $N_- \langle V_- \rangle$  pour les particules  $-$  (qui arrivent). Cette somme représente le nombre de particules qui vont frapper la paroi ( $N_- \langle V_- \rangle$ ) ou qui l'ont frappée ( $N_+ V_+$ ). Ces deux nombres doivent être identiques, mais de signes opposés.

Les règles de collisions font intervenir le coefficient de restitution  $e_{\text{paroi}}$  et le mouvement relatif des deux corps qui se rencontrent ; soit ici, puisque l'axe des  $z$  est celui de la vibration de la boîte :

$$(V_{+,z} - V_{\text{box}}) = -e_{\text{box}} (V_{-,z} - V_{\text{box}})$$

soit

$$V_{+,z} = -e_{\text{box}} V_{-,z} + (1 + e_{\text{box}}) V_{\text{box}}$$

où  $z$  est la direction de vibration, et correspond à la longueur  $L$  de la cellule. Par ailleurs,  $V_{\text{box}}$  est une grandeur qui peut varier dans le temps ( a. de façon sinusoïdale par exemple, ou b. en dent de scie si l'accélération  $\gamma$  de la boîte est constante et passe de  $+\gamma_0$  à  $-\gamma_0$  périodiquement, ou c.....). L'expression écrite ici est instantanée, elle doit être moyennée sur les différentes configurations et pondérée par la probabilité instantanée de frappe, qui dépend aussi de la vitesse relative.

Dans les directions  $x$  et  $y$ , on peut introduire un terme de dissipation ou non suivant que le contact peut être frottant ou non. Ces règles dépendent aussi du couplage entre mouvements de translation et de rotation au moment du choc.

Nous ferons au plus simple ici, qui est de choisir une règle de transmission totale des vitesses:

$$V_{+x} = V_{-x} \quad \text{et} \quad V_{+y} = V_{-y}.$$

### 2. Règle de collision bille-bille:

A l'intérieur de la cellule, les collisions bille-bille dissipent l'énergie acquise aux parois ; ainsi l'excitation se propage et se perd par collisions ; elle permet d'exciter les autres particules plus à l'intérieur de la cellule. On décrit les collisions bille-bille comme celles des billes et des parois ; on se place dans le repère barycentrique des deux billes et on décompose les vitesses relatives en composantes normales et tangentielles...

On écrit aussi la continuité des vitesses du repère barycentrique. (En fait si l'on considère l'équation de Boltzmann du repère barycentrique, on devrait lui imposer une accélération qui dépend des deux vitesses des particules, mais ceci n'a pas de conséquence si l'on peut considérer la collision entre billes très rapide).

Si on considère un plan  $\mathcal{P}$  quelconque perpendiculaire à l'excitation, fixe dans le repère du laboratoire, la condition de stationnarité du nuage de billes impose un flux égal dans un sens et dans l'autre :  $N_+ \langle V_+ \rangle = N_- \langle V_- \rangle$  ; d'où des pressions dynamiques :  $P_+ = \langle m n_+ V_+^2 \rangle$  et  $P_- = \langle m n_- V_-^2 \rangle$  différentes si les moyennes de  $V_+$  et de  $V_-$  sont différentes. Comme les figures 5 et 6 le montrent, ceci est vrai partout. Par raison de symétrie il n'y a qu'au centre que  $\langle V_- \rangle = \langle V_+ \rangle$ , et donc que  $P^- = \langle m n_+ V_+^2 \rangle$  et  $P^+ = \langle m n_- V_-^2 \rangle$ .

On remarque aussi que la règle de somme de Villain [5] est approximativement vérifiée par tout. Ceci ne semble pas toujours vrai dans tous les cas expérimentaux, peut-être à cause d'un nombre trop grand de collisions ou de l'existence de collisions à 3 ou N corps.

## References:

- [1] Wang Hongqiang, "Experiments and Simulations on Granular Gases" (2011). *Open Access Dissertations*. Paper 348. [http://scholarworks.umass.edu/open\\_access\\_dissertations/348](http://scholarworks.umass.edu/open_access_dissertations/348)
- [2] P. Evesque, «Hydrodynamics with dissipation. Towards mixing or demixing ? », *poudres and grains* **20**, 1 (2012)
- [3] P.Evesque, « Microgravité et Gaz Granulaire Dissipatif dans un système vibré : un gaz à vitesse dissymétrique, mais à moyenne nulle », *Poudres & Grains* **17**, 577-595 (2009)
- [3.bis] P.Evesque, « Microgravity and Dissipative Granular Gas in a vibrated container: a gas with an asymmetric speed distribution in the vibration direction, but with a null mean speed everywhere », *Poudres & Grains* **18**, 1-19 (2010),
- [4] R. Liu, M. Hou, P. Evesque, Simulation of 3d granular dissipative gas under different kinds of excitations & with different number of balls N, *Poudres & Grains* **17**, 1-561 (2009)
- [5] J.Villain, Shaken sand, stress and test particles, *Poudres & Grains* **20**, 29-36 (2012)
- [6] N. Pottier, Cours de Physique statistique hors d'équilibre (1997-98) DEA Physique des solides
- [7.a] P. Evesque: The Thermodynamics of a Single Bead in a Vibrating Container, *Poudres & Grains* **12**, 17-42 (2001);
- [7.b] P. Evesque, Snapshots on Some Granular States of Matter: Billiard, Gas, Clustering, Liquid, Plastic, Solid, In GRANULAR MATERIALS: fundamentals and applications. pp. 29-62 (Ed by S. Antony, ed. Royal Society of Chemistry, 2004) .
- [7.c] P. Evesque, F. Palencia, C. Lecoutre-Chabot, D. Beysens and Y. Garrabos, Granular gas in weightlessness: the limit case of very low densities of non interacting spheres, *Microgravity sci. technol.* XVI-1, 280-284 (2005);
- [7.d] Y. Garrabos, P. Evesque, F. Palencia, C. Lecoutre & D. Beysens, Coherent behavior of balls in a vibrated box , ArXiv: cond-mat/0611613
- [8] M. Leconte, Y. Garrabos, F. Palencia, C. Lecoutre, P. Evesque, D. Beysens, Inelastic ball-plane impact: An accurate way to measure the normal restitution coefficient, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 243518 (2006)
- [9] L.Landau, E.Fichitz, *Physique Théorique*, tome 6 (Mécanique des fluides) (Mir, Moscou,1989),
- [10] S.MacNamara & W.R.Young, « kinetic of a one-dimensional granular medium in the quasi-elastic limit», *Phys. Fluids A* **5** , 34 (1993)
- [11] O. Herbst, P. Müller, M. Otto, A. Zippelius, « Local equation of state and velocities distributions of a driven granular gas », *Phys. Rev.* **E 70**, 051313, (2004)
- [12] YP. Chen, P.Evesque, M.Hou, *Chin. Phys. Lett.* **29**, (N°7) 074501, (2012),
- [13] a)YP. Chen, P. Evesque, M. Hou, C. Lecoutre, F.Palencia and Y. Garrabos, *J. of Physics: Conference Series* **327** (2011) 012033 doi:10.1088/1742-6596/327/1/012033 In ISPS 2011, Bonn, Germany, (11-15/7/2011) (accepté , 10/2011);  
b) these YP Chen (2013) paraître
- [15] Y.Du, H.Li, L.P.Kadanoff, « Breakdown of hydrodynamics in one-dimensional system of inelastic particles », *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1268 (1995)
- [16] B.Bernu, F.Delyon, R.Mazighi, "steady state of a column of shaken inelastic beads", *Phys. Rev.* **E 56**, 4551, (1994)
- [17] E.Opsomer, F.Ludewig, N. Vandewalle, « Phase transitions in vibrated granular systems in microgravity » , *Phys. Rev.* **E 84**, 051306 (2011)
- [18] E. Opsomer, F. Ludewig and N. Vandewalle, "Dynamical Regimes of a Granular Gas in Microgravity: a Molecular Dynamics Study", *Journal of Physics: Conference Series* **327** (2011) 012035, doi: 10.1088/ 1742-6596/327/1/012035