

Dialogue of the deaf :

« Hydrodynamics » with dissipation. Towards mixing or demixing ?

P. Evesque

**Lab MSSMat, umr 8579 cnrs, Ecole Centrale Paris,
92295 Châtenay-Malabry, e-mail: pierre.evesque@ecp.fr**

Abstract :

In recent articles on granular gas in a box subjected to vibrations (see P&G17,577 (2009) and P&G18, 1,(2010)), the existence of a new force $|P^+| - |P^-|$, due to the fact that the “pressure” P on the two sides of a fixed plane is different, was observed in the reference frame of the mean flow ($\langle v \rangle = 0$). So, the system looks as two jets coming in opposite direction, which mix, defining two local “phases”. Can one treat correctly this problem with hydrodynamics modelling? Moreover, one may wish to study cases that generate discontinuities such as mixing or demixing; it is not obvious that in those cases continuity of pressure does exist; does they require introduction of capillary forces? Or what else should the model include in addition to classic hydrodynamics? In fact, when a hydrodynamic system is ready to demix, the Euler equation based on continuity of pressure cannot be valid anymore. This shall introduce a new force term that acts on particles. This paper is an attempt to settle the granular problem theoretically, introducing new effect of dissipation. This might be also useful in treating some problems of turbulence.

Pacs # : 5.40 ; 45.70 ; 62.20 ; 83.70.Fn ; 45.35i ; 45.70.Mg; 83.80.fg ; 46.80.Ff ; 05.20.-y

English version

1. Introduction :

In the references [1,2], it is shown that the problem of a vibrated granular gas had to be treated by introducing a discontinuity in the pressure, $|P^+| - |P^-|$, where $|P^+|$ and $|P^-|$ are the pressures defined on the left-hand side and right-hand side of a plane, respectively, which is fixed in the reference frame where the mean flow $m\langle v \rangle = 0$, with m the mass of the particles (which are all identical). As we will see, this term is linked to the flow of momentum through any plane perpendicular to vibration (see Fig. 4.b of [1,2]), since the flow on the left, $|P^-| = \sum_{v>0} mv^2$, is different from that on the right, $|P^+| = \sum_{v<0} mv^2$, of any plane, except in the central plane.

This means that the global mechanical action cannot be taken into account any more via the existence of a kinetic stress tensor only, in the reference frame where the average speed vanishes. On the contrary, it is necessary to introduce an

additional local force F (or acceleration $a=F/m$) to take into account the momentum-flow, which is non zero in this reference frame since $|P^+| \neq |P^-|$ in general.

In order to do so, the paper describes first the problem in the Lagrangian point of view of the mechanics; then it uses the Eulerian; a third part studies the system within the formalism of the Boltzmann equation describing the evolution of a mean particle, by averaging the role of the other particles. Then we discuss few applications, and show that such effects were already detected, without being noticed.

2. Lagrangian point of view of the mechanics and Cauchy's stress tensor:

Coming back to the introduction of the Cauchy's stress tensor, one chooses the reference frame of the "material", which implies $\langle v \rangle = 0$ locally. One defines then the resulting force T exerted on a small volume $\delta s \delta e$, defined by a surface δs of normal n and a thickness δe parallel to n , or $T(x, n)$ on a "material" surface. The material element (of density ρ) is considered of width δe and limited by a surface element ds with normal n .

If one makes $\delta e \rightarrow 0$, one then obtains $T^+ = -T^-$, i.e. $T(n, x) = -T(-n, x)$. The problem thus simplifies supposing that the momentum-flows from right to left and from left to right are identical, reducing the mechanical action to a 2nd order tensor, for which $\sigma^+ = \sigma^-$.

The case studied in [1,2] thus raises a real problem since $|P^+| \neq -|P^-|$, which shows that σ does not exist, which is the only quantity necessary to be introduced, within this formalism. So one has a problem, because the momentum-flows on both sides of a plane perpendicular to vibration are not equal, i.e. $[(\sum_{v>0} mv)v]$ & $[(\sum_{v<0} mv)v]$ are different to the right and to the left, because the distribution of speeds is not symmetric, even if mass conservation holds, i.e. $(\sum_{v>0} mv) + (\sum_{v<0} mv) = 0$.

It is directly necessary to add this "new term/quantity". The reason for the existence of such a term, in the reference frame of the mean flow, is connected to the fact that it is not a real materiel environment, since mixing and segregation occurs.

3.) Eulerian point of view :

When using the Eulerian point of view, one has to introduce an equation for mass conservation, which reads $\partial\rho/\partial t + \rho \operatorname{div}(v) + v \operatorname{grad}(\rho) = \partial\rho/\partial t + \operatorname{div}(\rho v) = 0$; then one has to define directly a pressure P , which can vary locally in a continuous way, introducing $\operatorname{grad} P$... terms, except at interfaces. One can also introduce additional friction terms which act locally according to the law of action and reaction (this means that it defines a stress tensor).

But to the best of my knowledge, one never considers the existence of other "stresses" that do not ensure $|P^+| \neq |P^-|$, which is not a pressure as a matter of fact (see [3]).

The case which we shall consider here, i.e. $|P^+| \neq |P^-|$, is not described in the context of classical fluid mechanics in the Eulerian view point. It corresponds to existing difference of speeds between speeds existing nearby a discontinuity.

In the mechanics of classic fluids, such terms are generated to describe shock waves, or hydraulic jumps, or interfaces between two separating phases that break up or decrease....

4. Boltzmann equation :

The formalism of Boltzmann equation is well known [4-7] . Using the approach by Bernu, Delyon & Mazhigi [5], and/or MacNamara & Young [6], among others, one gets the Boltzmann equation for the time-space evolution of the density $\rho(v, x, t)$ of a mean particle at location x and time t , having mass m and velocity v , and flowing among others under gravity g . This equation reads:

$$\begin{aligned} \partial\rho/\partial t + v \partial\rho/\partial x - g \partial\rho/\partial v = \\ - \int du du' du' |v-u| \rho(v,x,t) \rho(u,x,t) \delta\{u'-v+\epsilon(v-u)\} \delta\{v'-u+\epsilon(u-v)\} \\ + \int du du' dv' |v'-u'| \rho(u',x,t) \rho(v',x,t) \delta\{v-v'+\epsilon(v'-u')\} \delta\{u-u'+\epsilon(u'-v')\} \end{aligned}$$

The term on the right-hand side represents the collision between two particles, for which v & u stand for the speeds before the shock and u' & v' for the speeds after the shock, so that $u'=\epsilon v+(1-\epsilon)u$ et $v'=\epsilon u+(1-\epsilon)v$, with $\epsilon=(1-r)/2$, where r is the restitution coefficient. In [5], higher-order terms are also introduced (describing in particular diffusion of balls). They are neglected here.

The right-hand side of the equality can be reduced to first order in ϵ as : $\epsilon \partial\{\int du (v-u) |v-u| \rho(v,x,t) \rho(u,x,t)\}/\partial v$, so that the equation becomes :

$$\partial\rho/\partial t + v \partial\rho/\partial x - g \partial\rho/\partial v = \epsilon \partial\{\int du (v-u) |v-u| \rho(v,x,t) \rho(u,x,t)\}/\partial v \quad (1)$$

where the term $[\epsilon \partial\{\int du (v-u) |v-u| \rho(v,x,t) \rho(u,x,t)\}/\partial v]$ gives the contribution $(|P^+| - |P^-|)/m$, owing to the summation of $(v-u) |v-u|$.

The right hand side of (1) is labeled “a” in [6] (see Eq. (14) there). It is assumed to be 0, assuming a symmetry that is not satisfied here.

Eq. (1) can be found in [7], the title of which is rather explicit. The paper does not explicitly report the mistake in [6], but the title of the paper is explicit, and the conclusion drawn by the authors for their Boltzmann analysis is coherent with the rest of the paper... I wish I had understood that point at first reading, rather than classifying the paper as a “theoretical point of view only”. I have revised since then my position, when looking for a $\{(v-u) |v-u|\}$ effect.

The term $\{(v-u) |v-u|\}$ exists (i.e. does not cancel), independently of the space dimension d ($d=1, 2$ or 3). As a matter of fact, this is just what one sees in 2d

experiments [8] and in simulations in 2d [9-10] and in 3d [1-2], and what Fig. 10 of [11] highlights, even if it has not been noticed in [11]. This is related to the generation of non symmetric $\rho(v)$ distribution.

It is perhaps what P. Eshuis et al. [12] tried to tell in reproducing [7] and in their discussion in [12]?

We now look at higher-order terms in the expansion of the Boltzmann equation. This can be done as usual [6]: next order defines diffusivity, which is a well known non zero effect; it might be perturbed by the dissipation. But more essential is to take care of terms which do not exist without introducing dissipation and speed asymmetry. They come likely with odd power in $(v-u)$ and non symmetric density $\rho(v)$: $\rho(v) \mid v-u \mid (v-u)^{2n+1} \dots$

5. Applications, Conclusion:

The case considered here, is characterized by a momentum flow that is different in the positive and negative directions ($|P^+| \neq |P^-|$); this can happen when one has a hydrodynamics discontinuity. It corresponds to the existence of a discontinuity in the velocity perpendicular to the surface/interface related to the discontinuity of concentration. It can be treated only with a complex interface with a larger number of degree of freedom, varying in space. In classical fluid mechanics of classic fluids, these terms may show up to describe either shock waves, hydraulic jumps, interfaces between two phases which break up, mixing or demixing problems, partial mixing of compounds, gas, or any local problems with large heterogeneities, bringing the problem to look like two different phases that intermix.

It is clear that one should be able to use these new formalisms to improve also the modelling of problems related to developed turbulence (but this is probably done since L. Kadanoff is a specialist), problems of gas mixtures with strong excitation and strong variation of concentration, granular problems of mixing and segregation of material, and any problem of “granular hydraulics” with large excitation.

6. Some further discussions and program of work/research

a. Limit of very small ϵ :

Can one neglect the effect caused by ϵ ? This looks possible at first sight when the dissipated energy is quite small. Then $|P^+| \approx |P^-| \approx P_0/2$.

However, we may show that this is not possible, as such an approximation would not take into account the energy process. Indeed due to Eq. (1), energy dissipates along the vibration direction (Ox) and one can see the process evolving by checking $|P^+|$ & $|P^-|$, or ΔP . If the ball-ball dissipation process were negligible, one should see sound waves propagating along x, due to excitation, reflecting at boundaries and beating, or stationary waves. Why are these waves not observed? They are simply not excited.

So, to understand the mechanics of the system a little better, assume first that $\epsilon=0$ (i.e. elastic collision) and that the container contains 1 ball only; if the wall is a

thermostat, then the problem is clear: the ball temperature $T=T_{\text{thermostat}}$; its speed is random... But consider the real vibrated case; the ball temperature shall become infinite because the energy exchange at the moving boundaries shall be balanced, implying $V_{\text{ball}} \gg V_{\text{wall}} \Rightarrow T=\infty$.

- Extend the results to a collection of elastic balls/gas without dissipation during collisions. In this case, one gets $V_{\text{ball}} \gg V_{\text{wall}} \Rightarrow T=\infty$ when the boundary vibrates. When some loss is introduced in the ball-wall collision with the vibrating walls, the gas temperature reduces from ∞ to some finite value T_1 so that the kinetic energy balance at the boundary is obtained, leading to $T=T_1$ everywhere in the gas.
- Consider now the case of vibrating boundaries, and of a slightly inelastic bead-bead collision, ϵ gets slightly positive, and the temperature decreases from ∞ (or T_1) to some smaller value T'_1 ; but T'_1 can be still larger than $T_o = m v_w^2 / 2$, when ϵ (and N) is small enough, (where m is the mass of one bead and v_w the typical speed of the wall); the temperature should not be homogeneous any more in the vibrating (Ox) direction, if the mean free path l_c of the beads is less than the size L of the box. The particles get some finite energy from the wall (in mean), so that one gets ($|P^+| \neq |P^-|$) at moving boundary; hence the system obeys Eq. (1), and $|P^+|$ & $|P^-|$ evolve along x. So the increase of $|P^+|$ and decrease of $|P^-|$ along x is the true signature of the dissipation process; even if the bead-bead dissipation is small, it can be measured. Of course $\Delta P = |P^+| - |P^-|$ can be small compared to P_o , if dissipation is quite smaller than the stored energy (measured through T'_1 or P_o).
- When ϵ becomes larger, dissipation increases and the variations of P^\pm becomes quite large, as well as their difference important, so that the phenomenon should be observed and detected. It is really surprising that it has not been detected experimentally yet.

b. Discussion about Leidenfrost effect in granular medium: an experimental proof that $|P^+| \neq |P^-|$

This problem is defined in [13-14]. It is similar to the boiling crisis, for which a drop of liquid/water is subjected to sustentation above a flat heater.

However this analogy is not completely correct, firstly because the equation for the drop needs to include a surface tension that defines the limit of two phases. On the contrary in granular matter, there is not such a surface tension does not exist. Instead, one has below the stable granular state a "gas" with $|P^+| \neq |P^-|$ {to ensure the static equilibrium of the upper "material phase" of weight Mg , such as $Mg = (|P^+| - |P^-|) S$ }. Hence the particle that leaves the dense system to go down is merely at speed 0; and it remains at such a speed during falling because of collision with fast balls coming up after bouncing from the boundary (YanPei, this has *to be studied*). The problem was solved in [5] and the transition of levitation of what one calls now "granular Leidenfrost" was calculated in 1d (in appendix C [5]). The effect is connected to an effective loss of energy. One shall check also the

existence of the two thresholds found in appendix C of [5] that predicts the "granular Leidenfrost" to exist only in the range ($1.5 < \gamma < 3$), with $\gamma = \epsilon N$, [5].

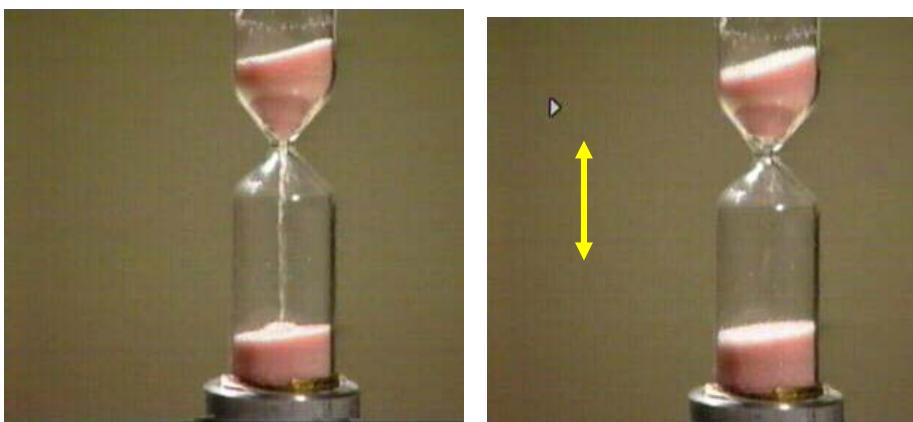
Hence neglecting interface effects may fail to provide real analogy. In other words, the approximation becomes very crude, because neither phases are well defined, nor the forces, nor the pressure...

This example is a direct proof that $|P^+| \neq |P^-|$; however it seems that it was not understood originally, nor explicitly said [1-14].

(In fact the boiling crisis needs also to introduce the role played by the "departure pressure". This has been understood only recently [15], thanks to microgravity experiments; but this is quite another story...).

c. Hourglass under vibration: an experimental proof of $|P^+| \neq |P^-|$ and of small down flow

In the same way, [16,17] show that the flow of a hourglass can be stopped merely by intense vertical vibration. This happens with the expansion of the material **above** the outlet, similarly to the "Leidenfrost effect in granular medium".



Hourglass Figure :

Left : Normal flow of a hourglass

Right : very slow flow from a hourglass submitted to intense vertical vibration. (see the small void above the neck)

(Credit : P. Evesque)

The reason for the change of flow is linked to the slow motion of particles which are dropped by the heap and which fall down slowly in the neck. This fall down is slowed by collisions from the "gas" particles. So, it happens as in the "Leidenfrost effect in granular": There are two pressures $|P^+| \neq |P^-|$ in the "gas", and the down flow is very small at the bottom, as we measured it [16,17] from flow from the outlet, which is merely 0.

This is in agreement with the present theoretical background.

Questions: Can one define different phases? is it a mechanical equilibrium in each phase,

Please Yanpei, if you have time, check the flow (or the number of collisions with the bottom plate having negative v_z in 2d simulations (and inclined vibration) and in your experiment with variable g . This will be nice.

d. Equilibration and symmetry breaking in vibrated granular systems [19]

The paper [19] describes the problem of « symmetry breaking in vibrated granular systems » when one includes just a simple, but real material, plane surface at the center of the cell. This shall impose $|P^+| = |P^-|$ at the plane, for equilibrium. This law is not needed without this central plane, it is just observed when excitation is symmetric in the absence of plane.

So, the authors find conditions for breaking the stability of equi-partition of the volume, which demonstrates unambiguously that the situation is not the same as for a normal single cell. The reason is just because $|P^+| = |P^-|$ is imposed on this surface, even if P can fluctuate on it. And this is a condition quite different from what a single cell can impose at any location... Different examples can be understood reading [25].

e. Maxwell demon effect in granular gas (MD_gg):

Most experiments on MD_gg [20-23] have been understood using a model without dissipation. It is expected that a better understanding and better comparisons will be possible by introducing the correct distribution and phenomena. Some deviations [24, 25] from the initial theory are observed; it will be nice to check them through this “new” model (Eq.(1)).

f. Simulations or experiments on granular gas,

In simulations or experiments on granular gas, most papers (with few exceptions such as [11]) do not report the local velocity distribution.

Better: why in [26, 27] the speeds distribution are measured as a sum of the two distributions $\rho(v,x,t) + \rho(v,-x,t)$ or and when the cell is centred (phase such as v_{cell} is maximum). Most likely because a single distribution, $\rho(v,x,t)$ or $\rho(v,-x,t)$, would have exhibited a breaking of symmetry, as we found [1,2]...

g. Segregation in granular materials,

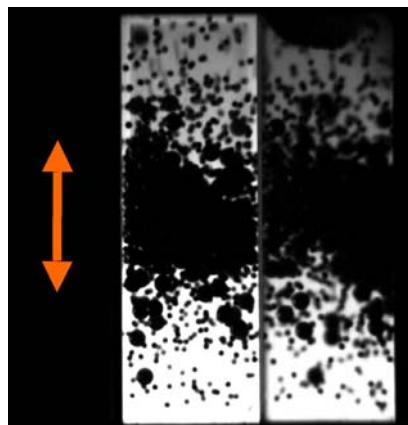
The result of Eq.(1) is physically important in the case of segregation. Let me demonstrate it :

Use an added particle G as a sounding particle, which test the medium; first chose one of same size of the others. It will move along with the other particles due to collisions. Now consider a steady case of excitation, this implies $\langle V \rangle = 0$. The pressure the particle feels is $|P^-|$ from the left and $|P^+|$ from the right. As the sum is not 0, but constant, and varies with location, the particle will move in a given direction (here towards the center) till it reaches the center where its motion will becomes random. So this particle is submitted to a central force by the bulk, which is zero at the centre only. It means that {boundary + medium} has an important action, which works at large distance.

Since the system is in a **steady regime**, i.e. $\langle V \rangle = 0$, this resulting force happens in 0-flow. It needs likely to define at least two gas mixing each other to describe this complex effect, which looks as two bead jets in opposite direction that

mix and cancel the resulting flow. This is why one does need two pressures ($|P^+|$, $|P^-|$) in x directions and two temperatures T^+ , T^- in x direction to recognize the system.

When the particle has a size d larger than the others (d_o), it feels a mean scaling as $\rho(d/d_o)^2$, which will be more important than the erratic fluctuations due to collisions, scaling in d/d_o . So large particles will concentrate at the cell centre automatically, with better efficiency than for smaller particles. In fact, there is no need to maintain it at the centre, it will be pushed at the centre by the other smaller particles, and the larger the ball the more efficient the mean effect.



« 3-dimensionnal Photography »:

Study of granular segregation during parabolic flight in the so-called « Maxus-7 » cell, in Airbus 0g of Novespace. Vibration is "vertical", i.e. following the arrow. Both views are taken at right angle 90 °.

(crédit : Y.Garrabos, F. Palencia, C. Lecoutre, P. Evesque)

I do not think this segregation process was understood previously. However it seems to be a general action of vibration from the walls.

So if one does not accept this force, associated with Eq. (1), one will miss obviously some important effects and will never be able to understand segregation correctly.

But mixing and segregation are critical big issues that are in need of a better understanding in material engineering science and powders technology. So, we do need to consider Eq. (1).

h. Flows in granular materials: example [28],

In this paper on granular flows, as in [28], the theoretical modelling use basic hydrodynamics and classic boundary conditions. However typical examples may be quite different, and shall (or should) generate strange dynamical effects. This is not introduced in [28] and limits its validity.

i. other horizontal & vertical vibrations in dense systems

Il faut aussi vérifier les effets sur tous les autres problèmes de granulaires vibrés horizontalement ou verticalement (for example Smatula,...).

At last, I would like to quote [29] that introduces vibration engineering and to its interesting domain.

j. Turbulence

This effect might be important also in classical turbulence on which many experts are working.

k. Real meaning of P+ & P- and of Eq.(1):

Eq. (1) writes the evolution of the momentum flows in both directions +x & -x:

$$\partial p / \partial t + v \partial p / \partial x - g \partial p / \partial v = \varepsilon \partial \{ \int du (v-u) | v-u | \rho(v,x,t) \rho(u,x,t) \} / \partial v \quad (1)$$

Fig. 3 is a sketch of this flow T^\pm which varies with x in the cell. This scheme allows understanding what happens: The two flows T^\pm varies with x and their results in between the two points x & $x+\delta x$ are linked to the collision loss; this collision term shall be proportional to dissipation ε and of the input and output flows.

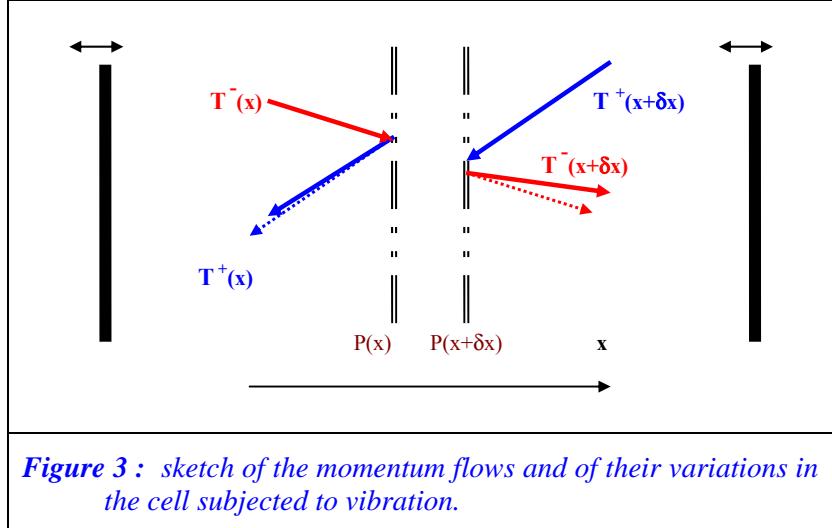


Figure 3 : sketch of the momentum flows and of their variations in the cell subjected to vibration.

This is coherent also with Lagrangian point of view.

l. Your Tasks on Granular gas:

Yanpei, through Eq. (1) one can measure ε , as a function of z, v... in gg. If you use your 2d and 3d simulations, you will be able to check whether Eq. (1) is valid in 2d and 3d..., or if it has to be (slightly) modified, and how much...

Conclusion: Now that all these ideas are “planned”; Yanpei, this is your tasks to verify the most you can. Good luck and good work!

The paper was written to help YP Chen for the writing of her PhD dissertation and the interpretation of the results.

Acknowledgements: The author wants to thank M. Hou for her support, collaboration, and discussions, to thank A. Modaressi and D. Clouteau on discussing the basis of mechanics principles, and YP Chen for her stimulating questions, her impressive work, and her independency. The author regrets the lack of help from CNRS and French Academy of Science to help fostering discussions between scientists. The author regrets also that the lab authorities did not help him defend his research findings to the French authorities and his finding to be understood. The author is doubtful that it is the right attitude in a scientific environment.

At last, the author would like to thank the peer review journals that publish truthfull papers (sometimes only a few, but this is better than none), among a complete set of approximations, conjectures, and not well tested papers, but claiming they describe what is observed in reality.

This is the new game to which “scientists” are “managed” to play by authorities. But, correct scientists shall not; so, journals, please advertise the readers it is “the new game” and it is the new “human being”, and ask for limiting the readers to those who are “better than peers” and who do not need them. In fact, this last trick is just what has been ever asked to good researchers.

Dialogue de sourds :

« Hydrodynamique” avec dissipation.

Vers un mélange, ou une ségrégation ?

Article en français

Introduction

Dans les références [1,2], on a montré que le problème du gaz granulaire vibré devait se traiter en introduisant une discontinuité des résultantes cinétiques différentes $|P^+|$ et $|P^-|$ à droite et à gauche d'un plan (voir Fig. 4.b de [1,2])

Ceci veut dire que l'action mécanique globale ne se résume plus seulement via l'existence d'un tenseur de contrainte cinétique dans le repère où la vitesse moyenne est nulle, mais qu'il faut introduire aussi une force locale supplémentaire pour tenir compte des flux de quantité de mouvement à droite et à gauche du plan car elles peuvent être ainsi différent.

Dans les trois premières parties on traite le problème mécanique dans sa vision lagrangienne, puis eulérienne, enfin à l'aide de l'équation de Boltzmann. Les parties suivantes donnent les applications possibles, puisque ces effets sont déjà bien réels et observés.

2. Vision Lagrangienne et tenseur de Cauchy:

Pour introduire le tenseur de Cauchy, on se place dans un référentiel « matériel », tel que $\langle V \rangle = 0$. On définit ensuite la résultante T des forces exercées sur un petit volume $d\delta e$, délimité par une surface ds de normale n et une épaisseur δe parallèle à n , soit $T(x,n)$ sur chacune surface “matérielle”. L'élément matériel considéré, de densité ρ , de masse $\delta m = \rho \delta e ds$, doit tendre vers 0 en même temps que δe tend vers 0. L'équation de la mécanique s'écrit : $\rho(\delta e) \gamma ds = [T(n,x-dx) - T(-n,x+dx)]ds$, où γ est l'accélération de la matière.

Si on fait tendre $\delta e \rightarrow 0$, $\rho(\delta e) \gamma ds \rightarrow 0$; on obtient donc $T^+ = -T^-$, i.e. $T(n,x) = -T(-n,x)$.

Le problème de la mécanique se simplifie donc en admettant que les énergie cinétiques droite et gauche sont identiques, réduisant l'action mécanique à un tenseur d'ordre 2, pour lequel $\sigma^+ = \sigma^-$.

Le cas étudié dans [1,2] pose donc un vrai problème avec $|P^+| \neq -|P^-|$, qui montre que σ n'existe pas, et que l'analyse ne peut pas se faire à partir de la mécanique des milieux continus classique, pour lequel σ est la seule grandeur

nécessaire à introduire. Ici le problème provient des deux flux de quantités de mouvements à droite et à gauche qui ne sont pas les mêmes, i.e. $[(\Sigma mv)v]_{\pm}$, car la distribution des vitesses n'est pas symétrique. Ceci dit comme on doit se placer dans le cas où $\langle v \rangle = 0$, les termes croisés $\langle v_x v_y \rangle$ non diagonaux sont nuls si l'on choisit les axes correctement $\Sigma(v_x v_y)$.

⇒ Il faut directement rajouter ce terme. C'est lié au fait que ce n'est pas un vrai « milieu matériel ».

3. Vision Eulérienne:

Si on se place dans la vision eulérienne de la mécanique des fluides, on doit introduire l'équation de continuité de la masse, soit $\partial\rho/\partial t + \rho \operatorname{div}(\mathbf{v}) + \mathbf{v} \cdot \operatorname{grad}(\rho) = \partial\rho/\partial t + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$; puis on définit directement une pression P qui peut varier localement de façon continue: $\operatorname{grad} P$. On peut aussi introduire des termes de frottement supplémentaires qui agissent localement selon la loi d'action et de réaction (voir un tenseur de contrainte σ)

Mais à ma connaissance on ne considère jamais l'existence de force supplémentaire qui n'assure pas $|P^+| \neq |P^-|$; de plus ces termes sont différents d'une terme de pression, qui imposerait $|P^+| = |P^-|$, (voir [3]).

Le cas que nous devons envisager, $|P^+| \neq |P^-|$, n'est pas donc contenu dans la mécanique des fluides classiques. Il correspond à l'existence d'une vitesse différente entre les vitesses perpendiculaires à une discontinuité existante. En mécanique des fluides classiques, ces termes n'apparaissent que pour décrire les ondes de choc, ou des ressauts hydrauliques, des interfaces entre deux phases se dissociant..., soit en dehors de la mécanique des fluides classique.

4. Vision « Equation de Boltzmann » [4-7]

En comparant Bernu, Delyon & Mazhigi [5], et MacNamara & Young [6] et, on obtient l'équation de Boltzman gérant la densité $\rho(v, x, t)$ sous une gravité g , d'une particule de masse m en un point x , à l'instant t , et ayant une vitesse v . Cette équation s'écrit :

$$\begin{aligned} \partial\rho/\partial t + \mathbf{v} \cdot \partial\rho/\partial\mathbf{x} - g \partial\rho/\partial v = \\ - \int du du' dv' |u-v| \rho(v, x, t) \rho(u, x, t) \delta\{u'-v+\epsilon(v-u)\} \delta\{v'-u+\epsilon(u-v)\} \\ + \int du du' dv' |v'-u'| \rho(v', x, t) \rho(u', x, t) \delta\{v-v'+\epsilon(v'-u')\} \delta\{u-u'+\epsilon(u'-v')\} \end{aligned}$$

Ici, le terme de droite représente seulement les collisions à deux corps. On a noté v et u les vitesses avant le choc et u' et v' celles après le choc, de telle sorte que $u' = \epsilon v + (1-\epsilon)u$ et $v' = \epsilon u + (1-\epsilon)v$, avec $\epsilon = (1-r)/2$ où r est le coefficient de restitution. Dans [6], les termes d'ordre supérieur (dont en particulier celui lié à la diffusion) sont introduits aussi. Nous ne les considérerons pas maintenant.

Les deux termes de la partie droite de l'égalité peuvent s'écrire au premier ordre en ε : $\varepsilon \partial \{ \int du (v-u) | v-u | \rho(v,x,t) \rho(u,x,t) \} / \partial v$, de telle sorte que cette équation devient :

$$\partial \rho / \partial t + v \partial \rho / \partial x - g \partial \rho / \partial v = \varepsilon \partial \{ \int du (v-u) | v-u | \rho(v,x,t) \rho(u,x,t) \} / \partial v \quad (1)$$

Où le terme $[\varepsilon \partial \{ \int du (v-u) | v-u | \rho(v,x,t) \rho(u,x,t) \} / \partial v]$ donne la contribution $(| P^+ | - | P^- |) / m$... grâce à la sommation $(v-u) | v-u |$.

Dans [6], le côté droit de l'Eq. (1) est noté « a » (voir Eq. (14) de [6]). Il est pris égal à 0 dans [6] en utilisant un principe de symétrie, qui n'est pas vérifié ici. Ce terme existe aussi dans [5], sans approximation.

La même Eq. (1) apparaît aussi dans [7]. Dans cet article, le titre est explicite, et il prouve l'accord des auteurs avec les positions présentes prises ici. L'article ne décrit pas explicitement l'erreur de [6], mais son titre parle de lui-même et la discussion relative à l'équation de Boltzmann est cohérente avec le reste de l'article ... Je suis désolé de ne pas avoir compris les « sous-entendus » à la première lecture de [7], ce qui m'a fait probablement classer cet article comme "un point de vue théorique ... inutilisable", avant que je n'aie révisé cette position ces jours ci, lorsque je suis parti à la recherche d'un terme $\{(v-u) | v-u | \}$ ayant le bon effet....

Il est probable que l'effet du terme $\{(v-u) | v-u | \}$ existe quelle que soit la dimension de l'espace d ($d=1, 2$ ou 3). C'est en tout cas ce que nous voyons expérimentalement en 2d [8], et numériquement en 2d et 3d [1,2, 9], et ce que la Fig. 10 de [11] laisse supposer aussi. Encore faudra-t-il quantifier les effets en fonction de d et comparer leurs valeurs...

Ordres supérieurs : On peut développer l'équation de Boltzmann à des ordres plus élevés (voir [6]) comme d'habitude : le premier terme d'ordre supérieur [6] correspond à la diffusivité, terme bien connu et non nul; il pourrait cependant être perturbé par la dissipation. Mais les effets les plus essentiels devraient correspondre aux termes de puissance impaires, donc en $(v-u)^{2n+1} | v-u |$, qui sont nuls quand la distribution $\rho(v)$ est symétrique, $\rho(v,x)=\rho(-v,x)$, mais qui ne le sont pas en cas d'asymétrie. ...

5. Intérêt potentiel, Applications, Conclusion:

Le cas que nous venons d'étudier est caractérisé par un flux d'impulsion mv différent à gauche et à droite d'un plan ($| P^+ | \neq | P^- |$). Ce cas n'est pas contrôlé par la mécanique des liquides classique. Il correspond à l'existence d'une discontinuité de vitesse perpendiculaire à la surface/interface caractérisant la discontinuité de concentration ; tout cela ne peut se traiter qu'à travers une interface étendue, aux propriétés plus complexes. Dans la mécanique des liquides classique, ces termes doivent être introduits pour décrire dans le détail les ondes de choc, ou les ressauts hydrauliques, ou des interfaces entre deux phases qui se séparent, ou le mélange et la ségrégation (demixing) la séparation partielle de composés, de gaz, de particules,

voire n'importe quels autres problèmes locaux caractérisés par une forte hétérogénéité. Le premier niveau d'approximation nécessaire est d'introduire une deuxième phase (supplémentaire donc) pour décrire les milieux qui s'entremêlent.

Il est donc clair que nous devrions pouvoir utiliser ces nouveaux formalismes pour améliorer les modèles de turbulence développée dans les fluides (mais ceci est un champ différent avec de nombreux spécialistes, dont L.Kadanoff,...), de mélanges (ou de démixtions) de gaz ou de liquides lors d'excitation intense et/ou de forte variation de concentration, et traiter mieux les procédés utilisés dans les matériaux granulaires tels l'écoulement, le mélange et la ségrégation de matière, voir tout autre problème d' « hydraulique granulaire » à grande excitation.

6. Discussions, vérifications et programme de travail, de recherches

a. Limite de dissipation très faible $\epsilon \rightarrow 0$:

Peut-on négliger l'effet lié à ϵ ? Peut-être est-il possible de le faire lorsque l'énergie dissipée est assez faible, car alors $|P^+| \approx |P^-| \approx P_0/2$.

Montrons que ce n'est pas possible, et que cette approximation ne permettrait pas de prendre en compte le processus de dissipation de l'énergie: en raison de l'Eq. (1), l'énergie se dissipe le long de la direction de vibration (Ox) et le processus d'évolution est lié à la différence $|P^+|$ et $|P^-|$, ou à $\Delta p = |P^+| - |P^-|$.

Par exemple si $\epsilon=0$, et supposons que le processus de dissipation bille-bille soit presque/pratiquement nul, on devrait voir des ondes sonores se propageant le long de x, dues à l'excitation ; elles se réfléchiraient sur l'autre paroi, battraient, ou feraient des ondes stationnaires. Pourquoi ces ondes ne sont-elles pas considérées dans ce problème ? *Simplement parce qu'on ne les excite pas.*

- Supposons maintenant $\epsilon = 0$, c'est-à-dire le cas élastique, et supposons que le récipient ne contienne qu'une seule bille, que le mur soit un thermostat, le problème est clair: la température $T_{\text{bille}} = T_{\text{thermostat}}$; et sa vitesse est aléatoire, de distribution gaussienne ... Mais considérons maintenant le cas réel vibré; la température de la bille doit devenir infinie, car l'énergie échangée aux parois (vibrantes) doit être en équilibre, ce qui implique $V_{\text{ball}} \gg V_{\text{wall}} \Rightarrow T_1 = \infty$.
- Étendons ces résultats à un gaz de billes élastiques, donc sans dissipation par collisions billes-billes. Dans ce cas, on obtient $V_{\text{bille}} \gg V_{\text{paroi}} \Rightarrow T_1 = \infty$ quand la paroi vibre. Lorsqu'une perte est introduite dans la collision bille-paroi vibrante, la température T_1 du gaz diminue de $+\infty$ à une certaine valeur finie T_1 de sorte que le bilan d'énergie cinétique à la paroi soit assuré, ce qui conduit à $T = T_1$ partout dans le gaz.
- Considérons ensuite le cas d'une collision bille-bille un peu inélastique ϵ , (ϵ devient légèrement positif) ; la température diminue de ∞ (ou T_1) à une valeur plus petite T'_1 ; mais T'_1 peut être encore plus grand que $T_{\text{paroi}} = m(v_{\text{paroi}})^2 / 2$, lorsque ϵ est assez petit (et N pas trop grand ; où m est la masse de la bille et v_{paroi} la vitesse typique de la paroi) ; ceci dit, la température du gaz ne devrait plus être homogène

dans la direction Ox de vibration, si le libre parcours moyen l_c des billes est inférieur à la taille L de l'enceinte. Les particules obtiennent de l'énergie du mur (en moyenne), de sorte que l'on a $|P^+| \neq |P^-|$ au bord vibrant ; d'où le système obéit à l'Eq. (1), et $|P^+|$ et $|P^-|$ évoluent en même temps le long de x. Ainsi, la diminution de $|P^+|$ et l'augmentation de $|P^-|$ le long de x est la vraie signature du processus de dissipation : même si la dissipation bille-bille est petite, elle doit pouvoir être mesurée. Bien sûr, la différence $\Delta P = |P^+| - |P^-|$ peut être très faible par rapport à P_0 , si la dissipation est bien inférieure à l'énergie totale stockée, c'est-à-dire lorsque ϵ est très faible ; mais cette variation de ΔP doit exister.

- Lorsque ϵ devient plus grand, la dissipation augmente, et les variations de P^\pm deviennent assez grandes ; leur différence devient importante devant P_0 , de sorte que le phénomène aurait pu être observé et mesuré expérimentalement et numériquement. Il est vraiment surprenant que cela ne soit pas le cas, depuis 1992, le temps depuis lequel il existe des expériences et des simulations.

b. Effet « Leidenfrost granulaire » : une preuve expérimentale de $|P^+| \neq |P^-|$

Ce problème est défini dans les articles [13-14]. Le phénomène « ressemble » à celui de la crise d'ébullition [16], où l'on voit apparaître la sustentation d'une goutte de liquide au dessus d'une plaque chauffante quand la surchauffe est importante; la goutte lévite au dessus de la plaque sans la toucher, maintenue par une pression de gaz. Pour le système goutte-plaque, cela se traduit aussi par une diminution forte du transfert thermique (surchauffe et donc transition du premier ordre).

Pour le milieu granulaire vibré, on s'aperçoit qu'il existe une zone « gazeuse » de grains agités en bas qui assure la sustentation d'une zone dense et faiblement agité au dessus (que j'appellerai « tas »). Il est donc probablement normal de faire l'analogie. Cependant cette analogie à des limites et l'interprétation couramment donnée est probablement critiquable. Pourquoi ?

Tout d'abord, le vrai problème de la crise d'ébullition doit tenir compte des effets capillaires et des « forces de recul » de la phase vapeur [16]. C'est donc un vrai problème d'interface à plusieurs corps avec des délimitations réelles (la vapeur se distingue de son liquide par une transition franche du 1^{er} ordre, une tension capillaire et une surface ; les pressions et températures locales sont bien définies...)

Au contraire, dans le cas granulaire il n'y a pas de tension superficielle ; la transition est à priori du deuxième ordre. Par contre au dessous du tas, le gaz est plus ou moins agité, et les particules n'ont probablement pas à la même vitesse suivant le haut et le bas, avec $|P^+| \neq |P^-|$, de telle manière que juste au dessous du tas la relation $Mg = (|P^+| + |P^-|) S$ assure la stabilité mécanique du tas, où M (S) est la masse (section) du tas au dessus du gaz. On a donc une démonstration effective de notre théorie $|P^+| \neq |P^-|$.

Enfin, les particules peuvent s'échanger entre le tas et le gaz ; une particule qui quitte le système dense pour descendre, le quitte pratiquement à vitesse nulle, et tombe lentement, freinée plus ou moins par les collisions avec des grains plus

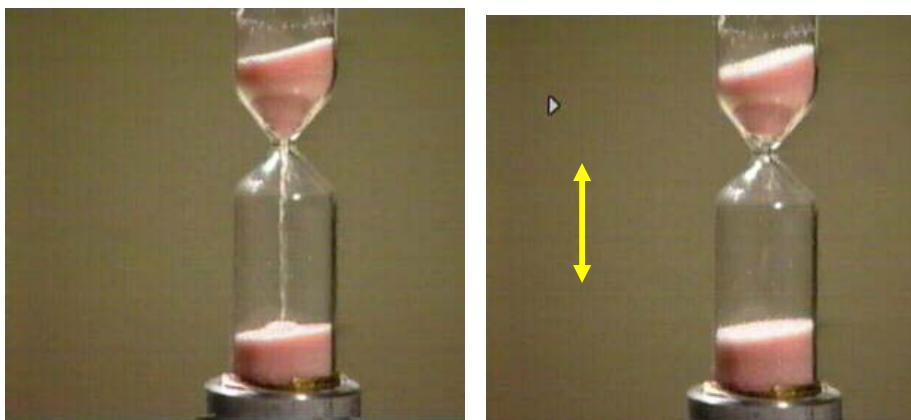
rapides puis arrivent après le contact avec la paroi vibrante d'où elles repartent à grande vitesse, très excitées, pour aider à supporter le tas. Et ainsi de suite. Ce modèle a été résolu [5] et la transition de lévitation à la « Leidenfrost granulaire » calculée (voir appendice C). Elle est liée à la dissipation (via le paramètre $\gamma = N\epsilon$ de [5]). On devra aussi vérifier l'existence des deux seuils trouvés dans cet appendice C [de 5] qui prévoit que l'effet appelé maintenant "Leidenfrost granulaire" doit exister seulement dans la gamme $[1.5 < \gamma < 2.5]$.

Ainsi si l'on néglige les problèmes d'interface et de force moyenne dissipative,..., on peut faire l'analogie proposée par [13-14] ; mais c'est une analogie est toute relative, qui nie en partie les concepts réels de phases (et de leur définition), de forces, de pression ...

Donc cet exemple est une preuve réelle de l'existence de $|P^+| \neq |P^-|$ dans le gaz, mais ceci n'a pas été réellement compris à l'époque, ni dit.... Enfin la crise d'ébullition présente un certain nombre d'effets liés à la « force de recul de la vapeur », qui n'ont été comprise que très récemment [15], en partie grâce à la microgravité, ... mais ceci est une autre histoire, avec une « histoire de pression » bien plus complexe....

c. Sablier sous vibration : une preuve expérimentale de $|P^+| \neq |P^-|$ et interprétation de la réduction du débit du sablier

De la même façon, [16,17] démontre que le flux d'un sablier peut être fortement diminué par une vibration verticale intense. Ceci arrive lorsque le matériau lévite au dessus de l'embouchure ; il y a donc une zone d'expansion de matière au-dessus du col où le milieu ressemble à un gaz ; il est donc pratiquement identique à l'effet observé lors de " l'effet Leidenfrost granulaire".



Sablier vibré :

À gauche : sablier s'écoulant normalement

A droite: sablier vibré verticalement dont l'écoulement est fortement ralenti. (A voir : l'espace vide au dessus du col).

(Credit : P. Evesque)

La raison du changement du flux de matière est liée au mouvement lent des grains qui s'approchent du col : ceux-ci sont issus du tas un peu plus haut, et tombent lentement, d'une part parce que ces grains s'échappent à vitesse presque nulle du tas, et que d'autre part ils sont probablement constamment freinés par les grains qui remontent maintenir une force de lévitation sur le « tas ». Ainsi, tout se passe comme dans le cas de " l'effet Leidenfrost granulaire" : Au niveau bas du tas, le gaz est caractérisé par deux pressions $|P^+|$ et $|P^-|$ différentes, ($|P^+| + |P^-|$)

permettant de faire léviter/maintenir le tas, et $|P^-|$ caractérisant l'écoulement vers le bas ($|P^+| \gg |P^-|$). Si l'effet géométrique du cône est faible le flux de grains vers le bas restera faible jusqu'au col, et le débit pourra être inférieur à celui du même sablier non vibré. Ceci explique donc la forte diminution du débit sous vibration.

Ce modèle (Eq. 1) est donc probablement en accord avec l'expérience, reste à le démontrer sérieusement.

Questions :

Yanpei, il faudrait vérifier ce modèle sur les expériences 2d à g variable que tu as fait, puis sur les simulations 2d et 3d.... Peux-tu mesurer les flux, les pressions, les vitesses.

Comment peut-on définir des phases différentes ? Sont-elles liées à un équilibre mécanique caractéristique de chacune des phases ? Quelles sont les règles entre les phases ? Existe-t-il une discontinuité réelle, un saut d'une grandeur.....

d. Equilibre et brisure de symétrie dans gaz granulaires vibrés avec compartiments [19]

L'article [19] décrit le problème d'une "brisure de symétrie dans systèmes granulaires vibrés gazeux". Il apparaît quand on inclut une surface de séparation plane réelle au centre d'une cellule de gaz granulaire vibré. Celle-ci imposera $|P^+| = |P^-|$ sur cette surface à l'équilibre mécanique. Cette condition n'est pas « forcé » en l'absence de cet écran ; cependant il existe en moyenne au centre de la cellule, là où l'écran va être placé lorsque les deux parois opposées sont vibrées également.

Ainsi, les auteurs démontrent que cet écran est la condition nécessaire pour casser la stabilité d'équi-partition du volume des deux demi-cellules. Cependant, l'article ne se pose pas réellement cette question importante : le « pourquoi » qui donne cette observation. Ils donnent cependant la raison de la nouvelle situation qui est la possibilité d'un « effet de démon de Maxwell granulaire » (notée MD_GG) qui peut apparaître dès que la cellule est totalement divisée. Mais pourquoi n'apparaît-il pas sans cet écran ? Pourquoi : parce que P peut fluctuer, mais que l'écran impose à terme $|P^+| = |P^-|$; cette condition est différente du régime avec une seule cellule pour lequel la solution est d'avoir une densité maximum au centre avec une densité $\rho^+ = \rho^-$ et $|P^+| = |P^-|$.

e. Effet le démon de Maxwell dans le gaz granulaire (MD_GG):

La plupart des expériences sur le démon MD_GG [20-23] ont été interprétées à l'aide d'un modèle sans dissipation réelles, avec une seule température. On s'attend à ce qu'une meilleure compréhension et qu'une meilleure comparaison puisse résulter de l'utilisation de la distribution correcte... (Eq. (1)). Certains écarts [24,25] de la théorie initiale ont déjà été observée, il sera « rassurant » de pouvoir les expliquer à travers ce «nouveau» modèle (Eq. (1)). A voir...

- *Rappel* : l'effet MD-GG est celui de la brisure spontanée du nombre de billes contenu dans deux demi-boîtes vibrées verticalement et connectées par un trou à travers lequel les billes peuvent circuler. Il peut exister différents types de condition aux limites pour ce trou ($|P^+| = |P^-|$, ou $\partial\rho/\partial t$) suivant la taille de l'orifice par rapport au libre parcours moyen des billes au niveau du trou). L'exemple précédent [19] montre qu'on peut aussi laisser libre la position de la paroi ; ce cas avait été proposé pour certaines applications [25].

f. Simulations ou expériences sur les gaz granulaires :

La plupart des articles sur les simulations ou les expériences de gaz granulaires vibrés, (à peu d'exceptions près comme [11]) ne publient jamais de distribution locale des vitesses. Pourquoi ?

Ainsi, pourquoi dans [21, 22] la distribution de vitesses est-elle mesurée comme la somme de deux contributions $\rho(v,x,t) + \rho(v,-x,t)$? Et pourquoi n'y considère-t-on que d'une cellule est centrée (condition de phase précise $0,\pi$), et pour lequel on additionne les 2 contributions des 2 phases opposées ? pour symétriser ? (la condition $0,\pi$ se caractérise par $\pm v_{cell}$ où v_{cell} est la vitesse maximum de la cellule). Ne serait-ce pas simplement pour masquer la dissymétrie existante pour une seule distribution. Mais cela aurait permis de révéler les problèmes réels, de révéler l'existence d'une brisure locale de symétrie, comme nous l'avons démontrée, refuser cela est rentré dans un jeu non scientifique, pourquoi avoir peur et de quoi ?...

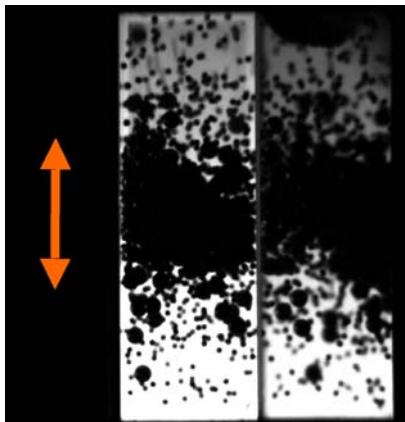
On rentre là probablement dans l'intérêt du narrateur, qui semble actuellement différent de celui du scientifique classique, car un article soulevant trop d'incompréhensions, ou de débats, peut être difficile à passer.

g. Ségrégation dans les matériaux granulaires,

Le résultat lié à l'Eq. (1) est physiquement important dans le cas de la ségrégation et du mélange; je voudrais ici le démontrer :

Commençons par introduire une particule sonde supplémentaire G qui nous servira de test; prenons-la d'abord de la même taille d_o que les autres; elle se déplacera au gré des collisions avec les autres; considérons maintenant un cas d'excitation stationnaire; ceci implique $\langle V \rangle = 0$, la pression ressentie par la particule G dépendra de la position x, elle sera différente à gauche ($|P^-|$) et à droite ($|P^+|$). Comme la différence ($|P^-| - |P^+|$) = ΔP n'est pas 0, mais constante et varie avec l'emplacement, la particule se déplacera dans une direction donnée (ici vers le centre). Lorsqu'elle aura atteint le centre, son mouvement deviendra aléatoire, et son déplacement aussi, comme celui des autres billes. Elle restera toujours confinée au centre et en mouvement, par l'action des parois et des autres billes. Rien ne la discerne donc des autres; elle restera donc longtemps au centre, mais pourra migrer et revenir cogner les parois. Ainsi cette particule test G est soumise à une force centrale. Cela signifie que {la frontière + le milieu} agissent ensemble avec une action constante, qui travaille à grande distance en produisant une force centrale.

Dans le régime permanent, c'est-à-dire lorsque $\langle V \rangle = 0$, le système apparaît [1,2] comme un ensemble de deux flux de gaz se propageant en sens inverse et se rencontrant au centre où il se mélange. Pour imposer le régime stationnaire, il faudrait introduire 2 sources au niveau des parois, et un puits au centre; mais là encore on n'obtiendrait qu'une analogie partielle, puisque le système produit aussi un reflux vers les parois....



Photographie « tri-dimensionnelle »:

Etude de la ségrégation granulaire dans la cellule Maxus 7 en vol parabolique Airbus 0g de Novespace. Vibration « verticale » suivant la flèche. Les deux vues sont prises à 90° l'une de l'autre.

(crédit : Y.Garrabos, F. Palencia, C. Lecoutre, P. Evesque)

Quand la particule est de plus grande taille d que les autres (d_o), elle ressent une force moyenne variant en $(d/d_o)^2$, qui sera plus important que les fluctuations en raison du moyennage, qui varieront donc en d/d_o , si d est grand. Donc les grandes particules se concentreront au centre de la cellule automatiquement, avec une efficacité meilleure que pour les petites particules; elles seront spontanément maintenues au centre, poussées par les autres particules.

Je ne pense pas que ce processus de ségrégation a été compris précédemment. Cependant cela semble être une action générale liée à l'existence des vibrations et des parois.

Donc si nous n'acceptons pas la force, décrite par l'Eq. (1), nous manquerons certainement un "détail" important du processus de ségrégation et nous ne pourront jamais comprendre cette dernière correctement.

Or le mélange et la ségrégation sont des thématiques réelles importantes de l'ingénierie des matériaux, de la fabrication et de la manipulation des poudres. Ainsi, nous devons considérer Eq. (1). Sans cela point de salut.

h. Ecoulements dans les matériaux granulaires: par exemple [28],

Comme dans [28], la modélisation théorique des écoulements granulaires se limite à l'hydrodynamique classique et à des conditions aux limites classiques.

Cependant bien des exemples réels peuvent être autrement plus complexes et divers, avec des obstacles divers.... Certains d'entre eux, au moins devraient être le lieu d'effets dynamiques étranges, liés à l'Eq. (1). Ceci n'est pas envisagé dans [28] (et autres), et limite la validité de ces articles.

i. Autres cas de vibrations horizontales et verticales, en particulier avec des systèmes granulaires denses

Il faudra ensuite vérifier les effets décrits dans la littérature, et obtenus en particulier sur d'autres systèmes granulaires vibrés plus denses. Sont-ils perturbés par des effets du type de ceux décrits par l'Eq. (1) ou par une équation développée à des ordres supérieurs ?

Enfin, je voudrais citer la ref [29] qui présente une bonne introduction aux techniques vibratoires pour l'ingénieur, où l'auteur introduit dès les années 80 et avant bien d'autres des concepts assez novateurs et puissants ; un domaine intéressant.

j. Turbulence hydrodynamique :

Il est possible que l'Eq. (1) ait aussi des effets importants dans les problèmes de turbulence hydrodynamique, sur lequel de nombreux experts travaillent déjà.

k. effet mécanique réel de P^+ et P^- :

L'Eq. (1) représente l'évolution du flux d'impulsion T

$$\partial \rho / \partial t + v \partial \rho / \partial x - g \partial \rho / \partial v = \varepsilon \partial \{ \int du (v-u) | v-u | \rho(v,x,t) \rho(u,x,t) \} / \partial v \quad (1)$$

On a représenté ce flux sous la forme d'un vecteur \mathbf{T}^\pm qui varie dans la cellule dans la Fig. 3. On comprend par ce schéma que les variations des résultantes entre deux points x et $x+\delta x$ sont bien liées entre par le terme collisionnel ; et que ce terme collisionnel doit bien entendu contenir la dissipation par collision, donc doit dépendre de ε et des flux entrant et sortant qui se rencontrent entre les deux plans.

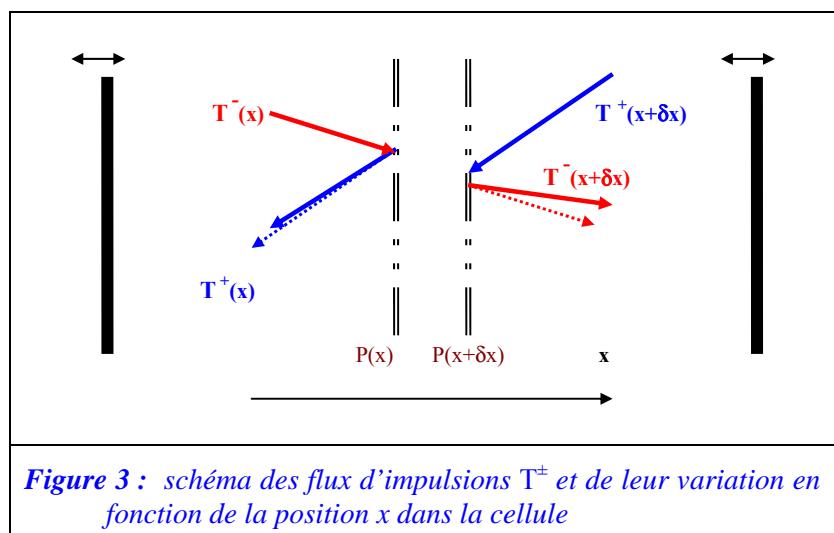


Figure 3 : schéma des flux d'impulsions T^\pm et de leur variation en fonction de la position x dans la cellule

Ce schéma est aussi cohérent avec la formulation Lagrangienne du problème.

l. Objectifs du travail de thèse : Gaz granulaire :

Yanpei, en utilisant l'Eq. (1) on peut mesurer ε , avec $v \dots$. Si tu utilises les simulations à 2d et 3d, tu peux étudier la validité de ce modèle à 2d et 3d directement. Tu pourras quantifier l'erreur introduite en comparant le ε mesurée et le ε théorique introduit dans la simulation...., vérifier le bien fondé de l'équation globale, avec la variation de $| P^+ |$ et $| P^- |$ avec $x \dots$

Conclusion : Cet article a été écrit pour faciliter le travail de YP Chen pour l'interprétation et la rédaction de sa thèse de doctorat, pour lui donner un certain nombre d'idées et de tâches de mises au point.

Yanpei, bon courage pour l'ensemble de ces tâches.

Ceci dit, ces idées me tiennent à cœur et sont, me semble-t-il, contre battues par une cohorte bornée de scientifiques ayant soit dépassés leur seuil de compétence, soit obéissant à des stratégies équivoques, ou peut-être cherchant à plaire à la nouvelle forme d'administration. Mais { i) celle-ci ne demandant à ces adeptes que la capacité d'additionner le nombre de publications, son minimum scientifique de compétence est voisin de 0 ; ii) comme le résultat trouvé (nb de publications) n'a pas le caractère d'une mesure, la mesure est inexistante, mais les commentaires vont bon train et le vent brassé est très important ; et iii) l'administratif de base de se demander avec anxiété de savoir si le problème serait mieux posé dans un espace fractale,... d'où les suppurations et le vent (intéressant qui est créé autour) }.

Je rappelle en appendice quelques discussions scientifiques par e-mail avec certains appartenant à ce groupe, ou avec certains scientifiques pris à témoins.

Remerciements: L'auteur veut remercier M. Hou pour son assistance et sa coopération constante, pour la qualité de la collaboration et de ses discussions. Il remercie aussi A. Modaressi et D. Clouteau pour les discussions scientifiques, sur les concepts/ principes de base de la mécanique . Il remercie enfin YP Chen, en thèse avec lui, pour son travail impressionnant, l'intérêt qu'elle y porte, pour ses questions stimulantes, son indépendance d'esprit...

L'auteur regrette l'absence d'aide du CNRS (son organisme de tutelle), de l'ECP (l'organisme l'hébergeant) et de l'Académie des sciences française pour ne pas avoir favorisé les discussions entre scientifiques. Il regrette aussi que les autorités de son laboratoire lui aient refusé de s'engager en sa faveur. Il ne croit pas cela normal dans un univers de travail classique; il pense que ces autorités étaient capables d'évaluer ce travail, et de juger la pertinence des concepts de base qui y sont discutés.

L'auteur remercie les revues scientifiques d'avoir publié quelques travaux justes (c'est mieux que rien), parmi un ensemble d'approximations, de conjectures, d'hypothèses mal testées, (mais affirmant le contraire), cherchant à faire croire à une fausse réalité. C'est le nouveau jeu "scientifique" qui est imposé par les autorités « scientifiques ». Messieurs les éditeurs des revues, s'il vous plaît, annoncez à vos lecteurs, que c'est "le nouveau jeu", avec beaucoup d'erreurs et demandez à vos lecteurs de les trouver. Demandez leur aussi de ne vous lire que s'ils se sentent meilleurs que vos reviewers....

References:

- [1] P.Evesque, « Microgravité et Gaz Granulaire Dissipatif dans un système vibré : un gaz à vitesse dissymétrique, mais à moyenne nulle », *Poudres & Grains* **17**, 577-595 (2009)
- [2] P.Evesque, « Microgravity and Dissipative Granular Gas in a vibrated container: a gas with an asymmetric speed distribution in the vibration direction, but with a null mean speed everywhere », *Poudres & Grains* **18**, 1-19 (2010),
- [3] L.Landau, E Fifchitz, *Physique Théorique*, tome 6 (Mécanique des fluides) (Mir, Moscou,1989), pp 10-15
- [4] N. Pottier, Cours de Physique statistique hors d'équilibre (1997-98) DEA Physique des solides
- [5] B.Bernu, F.Delyon, R.Mazighi, “steady state of a column of shaken inelastic beads”, *Phys. Rev. E* **56**, 4551, (1994)
- [6] S.MacNamara & W.R.Young, « kinetic of a one-dimensional granular medium in the quasi-elastic limit», *Phys. Fluids A* **5**, 34 (1993)
- [7] Y.Du, H.Li, L.P.Kadanoff, « Breakdown of hydrodynamics in one-dimensional system of inelastic particles », *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1268 (1995)
- [8] YP. Chen, P. Evesque, M Hou, C. Lecoutre, F.Palencia & Y. Garrabos, « Long range boundary effect of 2D intermediate number density vibro-fluidized granular media », J of Physics: Conference Series **327**, 012033, (2011)
- [9] YP: quote futur works in micro-gravity, thesis
- [10] private mails/discussions on the web to : annette@theorie.physik.uni-goettingen.de , chenyanpei2003@yahoo.com.cn , mayhou@aphy.iphy.ac.cn , mliu@unituebingen.de , fauve@lps.ens.fr , S.Luding@ctw.utwente.nl , wesfreid@pmmh.espci.fr , philippe.gondret@fast.u-psud.fr , pierre.levitz@polytechnique.fr , hans@ifg.baug.ethz.ch , thorsten.poeschel@uni-bayreuth.de , jvillain@infonie.fr , Olivier.Pouliquen@univ-provence.fr , Claude.Cohen-Tannoudji@lkb.ens.fr , michel.rosso@polytechnique.fr , mediateur@cnrs-dir.fr , secr-presidence@cnrs-dir.fr , herve.biausser@ecp.fr , leduc@lkb.ens.fr , hes@bu.edu , sfe11@cam.ac.uk , sebastien.candel@ecp.fr , itj2@cornell.edu , NVANDEWALLE@ULG.AC.BE , nathalie.langlet@ecp.fr; my part of this private discussion is reproduced below in Appendix
- [11] O. Herbst, P. Müller, M. Otto, A. Zippelius, « Local equation of state and velocities distributions of a driven granular gas », *Phys. Rev. E* **70**, 051313, (2004)
- [12] P. Eshuis, Ko van der Weele, E.Calzavarini, D.Lohse & D. van der Meer, “Exploring the limit of hydrodynamics: a horizontal array of inelastic balls”, *Phys. Rev E* **80**, 011302 (2009)
- [13] P.G. Eshuis, “Leidenfrost effect and coarsening in a granular gas”, Master thesis Un.Twente (2003).
- [14] P. Eshuis, Ko van der Weele, D. van der Meer, and D. Lohse, « Granular Leidenfrost Effect: Experiment and Theory of Floating Particle Clusters », *Phys. Rev. Lett.* **95**, 258001 (2005)
- [15] V. Nikolayev, « Dynamiques de systèmes physiques aux transitions de phase et interfaces libres », (HDR thesis, Paris VI Univ , 15/12/2005),
- [16] P. Evesque & W. Meftah, “Débit d'un sablier soumis à des vibrations verticales », *C.R. Acad. Sci. Paris* **314**, série II, 1125-32, (1992), P. Evesque, “Shaking dry powders and grains”, *Contemporary Physics* **33**, 245-61 (1992)
- [17] P. Evesque & W. Meftah, “Mean flow of a vertically vibrated hourglass”, *Intern. J. of Modern Phys. B* **7**, 1799-805, (1993)
- [18] E.Opsomer, F.Ludewig, N. Vandewalle, « Phase transitions in vibrated granular systems in microgravity », *Phys. Rev. E* **84**, 051306 (2011)
- [19] J.J.Brey & N.Khalil, « Equilibration and symmetry breaking in vibrated granular systems », *Europhys. Lett.* **94** -1, 14003, (2011)
- [20] J. Eggers, “Sand as a Maxwell demon”, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5322-25, (1999); A. Barrat and E. Trizac, “A molecular dynamics ‘Maxwell Demon’ experiment for granular mixtures”, *Molecular Phys.* **101** (11), p. 1713 (2003).
- [21] R. Mikkelsen, K. van der Weele, D. van der Meer, M. van Hecke and D. Lohse, “Small-number statistics near the clustering transition in a compartmentalized granular gas”, *Phys. Rev. E* **71**, p. 41302 (2005), (and others from the same team as D. van der Meer, K. van der Weele and P. Reimann, “Granular fountains: Convection cascade in a compartmentalized granular gas”, *Phys. Rev. E* **73**, p. 61304 (2006)).

- [22] M. Hou, H. Tu, R. Liu, Y. Li, Kunquan Lu, Pik-Yin Lai, and C. K. Chan, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 068001 (2008) – Published February 12, 2008
- [23] P. Jean, H. Bellenger, P. Burban, L. Ponson & P. Evesque: « Phase transition or Maxwell's demon in Granular gas? », *Poudres & Grains* **13**, 27-39 (2002)
- [24] M. Leconte, P. Evesque, « Maxwell demon in Granular gas: a new kind of bifurcation? The hypercritical bifurcation, [arXiv:physics/0609204v1](https://arxiv.org/abs/physics/0609204v1) [physics.flu-dyn]
- [25] P. Evesque: « How one can make the bifurcation of Maxwell's demon in Granular Gas Hyper-Critical », *Poudres & Grains* **16**, 1-13 (2007)
- [26] E.Opsomer, F.Ludewig, N. Vandewalle, « Phase transitions in vibrated granular systems in microgravity », *Phys. Rev. E* **84**, 051306 (2011)
- [27] E.Opsomer, F.Ludewig, N. Vandewalle, « Dynamical Regimes of a Granular Gas in Microgravity : a Molecular Dynamics Study », *J. of Physics: Conference Series* **327**, 012035 (2011)
- [28] GDR MIDI, « On dense granular flows », *Eur.Phys. J. E* **14**, 341, (2004)
- [29] I. Blekhman, *Vibrational Mechanics*, world scientific, (2000)
- [30] A.Zippelius agreed with my position in an answering mail to all on 22/05/2012 at 12:08.

Appendice: Different e-mails and discussions referred in [10]

- 1) On Tue, 22 May 2012, 10:18 Pierre Evesque wrote:¹

Yanpei,

1) With "if" , physics is gone . To be "physics" needs: it is really so. And reality, I think, tells the contrary in the present case, because physics has to be connected to what real happens. The problem is to know if there is no error in the modeling, otherwise one describes an other problem.

2) You (i.e. we) find $|P^+|$ different than $|P^-|$, with $\langle V \rangle = 0$. This means stress is not a tensor (which imposes $\sigma^+ = \sigma^-$) . This is clearly told in P&G 17, 577_595 (2009) in French and in P&G 18,1-19 (2010) in English, with comments in P&G 19 (2011), (and told less clearly before, since 2001)

2b In the paper by Anette Zippelius et al. (in PHYSICAL REVIEW E **70**, 051313 (2004)) the abstract tells: (read the abstract in PRE70,051313)

So, for me, she concludes about correctness of hydrodynamics. So, these authors do not see the problem, even if they studied it: They do not conclude the right answers which is: hydrodynamics is not correct every where except in a tiny region (at the centre) [30].

3) Now one can tell the region is small if one admits some uncertainty. Yes, but the zone becomes infinitely small at first order in the indeterminacy. It is not as a classic boundary effect which shall be screened exponentially after a length. It is more like a viscous effect which spans over the whole system. In the literature, when one speaks of "perfect gas" one does not mean "viscous gas".

Knowledge needs real discrimination. Science starts with "discrimination". This is why we need to discuss, and to discriminate.

In the previous example, the problem is worth: the breaking concerns the stress tensor which breaks everywhere, (it does not concern the local mean speed which is well defined). Here we can use a single mean speed. It means that we need two phases likely.

4) Yanpei, have you done the 2d simulations with few n_l layers of beads (i.e. $n_l=10-15-30$), and with small ball diameter d ($L/d=5$ -to-30), where L is the cell size , with restitution $r=1-10^{-q}=1-\epsilon$ (with $q>3$) so that the energy dissipation in the medium is small.

If yes, then you shall get large temperature T in the whole gas, i.e. $T \gg (V_b)^2$, where V_b is the typical boundary speed. It means that in this case a lot of energy is stored in the gas, accumulating during quite a while. The amount of energy which is delivered by boundary is linked to the ball-speed change Δv at the boundary.

What is important in this case is to compare this amount of energy ~~compared~~ to the total energy stored. Of course when r is large this has to become negligible. But the gas cannot survive without it (energy input). Now in normal gas, this excitation should be used to generate sound waves. Here did any body detect such

¹ 22/5/2012 ;10 :18 // chen <chenyanpei2003@yahoo.com.cn>, Meiyong Hou <mayhou@aphy.iphy.ac.cn>, Mario Liu mliu@unituebingen.de

Stephan Fauve <fauve@lps.ens.fr>, Stefan Luding <S.Luding@ctw.utwente.nl>, Eduardo Wesfreid <wesfreid@pmmh.espci.fr>, Philippe Gondret <philippe.gondret@fast.u-psud.fr>, pierre.levitz@polytechnique.fr, "Herrmann, Hans" <hans@i_baug.ethz.ch>, thorsten.poeschel@uni-bayreuth.de, jacques villain <jvillain@infonie.fr>, Olivier POULIQUEN <Olivier.Pouliquen@univ-provence.fr>, Claude.Cohen-Tannoudji@lkb.ens.fr, "michel.rosso@polytechnique.fr" <michel.rosso@polytechnique.fr>, "mediateur@cnrs-dir.fr" <mediateur@cnrs-dir.fr>, Secretariat Presidency <secr-presidence@cnrs-dir.fr>, herve.biausser@ecp.fr, Secretariat Presidency <secrpresidence@cnrs-dir.fr>, annette@theorie.physik.uni-goettingen.de, ledet@lkb.ens.fr

sound waves? NO

What do we detect : just some non stress behaviour: $|P^+|$ different from $|P^-|$ but $\langle V \rangle = 0$ stress is not a tensor.

- + The cell is not a thermostat, (since T varies with the restitution coefficient r)
- + it does not generate wave....

The non hydrodynamics nature has to be measured at the scale of the delivered and dissipated energy, not at the level of the stored energy.

5) These are important effects the nature of which shall be measured likely from macroscopic means, and shall change the behavior from perfect gas or viscous gas to granular gas.

Hiding this effect is just not scientific: it shall happen on large scale in some kind of experiments. This is the conclusion of:

P&G 17, 577_595 (2009) in French and in
P&G 18,1-19 (2010), with comments in P&G 19 (2011)

6) Who, in scientific literature, has been discussing in details the effect of boundary conditions on the gas, the change of the speed law at boundary (sinus, thermal, saw tooth) to integrate these results in a single frame.

Most papers say: there is no evidence of difference.

That is all, but this is not science: one has to measure. When the difference is not measured, the argument remains a philosophical argument.

7) On the contrary, the experiment of Airbus proves that we are right for $|P^+|$ and $|P^-|$, for the whole behavior we claim.

Idem for our 3d simulations in P&G 17 (1-500). Our other 2d experiments will prove it too....

8) At least two groups in the 2000 decade have already studied experimentally (in PRL) the 2d granular gas under horizontal shaking. None of them found our claim, because they did not look at. Science goes by testing the behaviors and determining new ones, with new effects, not by supposing main effects can be viewed as..., but by studying the real behavior we have demonstrated. So, we need really to get international discussion....

9) And/ But there is rejection of discussion by "incoherent" scientists who do not like to be wrong. These "scientists" should better learn administration or philosophy: for me, Science has to be tested "experimentally", and I will tell science only those things I can judge true. AND WE HAVE TO ACCEPT THIS TEST. (Scientists are only those guys, who accept to be wrong (and to be wrong is most often the case).

best regards , Pierre

Sorry, but as GDR MFA (microgravity) is discussed on 24/5/2012 in CNES Paris, I send to the peers this discussion, that demonstrates we work correctly together.

[2\) on 23/5/2012 ; 10:01](#)

2) Dear Mario, Dear Anette, and dear Nicolas

To go a little forward and more precise in the discussion on A.Zippelius et al paper:

I will use the notation of her PRE paper (i.e. PRE 70, 051313, (2004)) ; so x is vibration direction

[on 23/5/2012 ; 10:01](#)

$$\sigma_{ij}^{\text{kin}}(r) = -m \int_{\mathbb{R}} dv_x \int_{\mathbb{R}} dv_y f_{\text{stat}}(r, v_x, v_y) \times [v_i - U_i(r)] [v_j - U_j(r)]. \quad (9)$$

In p.6 of her paper, σ_{xx} and σ_{yy} are drawn using simulations and Eq.9 in Fig.4 -6, (in the case of granular gas (GG) in a shaken box).

As Eq.9 is a sum on v from $-\infty$ (infinite) to $+\infty$ (infinite), it concerns the mean stress, $\sigma_{ii} = (P_{ii}^+ + P_{ii}^-)/2$ in my notation (see P&G18). So it is not the pressure $|P^+|$ (or $|P^-|$) from $-x$ to $+x$ (or from $+x$ to $-x$). This is a stress tensor. But this stress tensor does not control the main physics, which is demonstrated in P&G18 and which can be obtained also from PRE paper Fig. 10, which is not investigated in the article. I reproduce it, it is the speed distribution $f(v_x)$ at different x position

If one uses this distribution one can define $|P^+|$ and $|P^-|$ in the same way as Eq 9, but reducing the integration over $V_x > 0$ (for $|P^-|$) or $V_x < 0$ (for $|P^+|$).

In this case one gets $|P^+|$ different from $|P^-|$ except at the center of the cell. So $|P^+|(x) \neq |P^-|(x)$ if x different from $x=0$, with $|P^+|(x) > |P^-|(x)$ if $x < 0$ and with $|P^+|(x) < |P^-|(x)$ if $x > 0$ and $|P^+|(x)$ tending to $|P^-|(x)$ if x tends to 0

This is physically important, and let me demonstrate it :

Use an added particle G as a sounding particle, of the same size of the others, it will move due to collisions with others; The pressure it will feel from the left is $|P^+|$ and from the right is $|P^-|$. As the sum is not 0, it will move in a given direction (here towards the center) till it reaches the center where it becomes random.

So this particle is submitted to a central force by the bulk. It means that **boundary** + medium has an important action working at large distance.

Also Steady regime => $\langle V \rangle = 0$

An other important point is that the system is steady; this means no mean flow $\langle V_i \rangle = 0$ everywhere. So this resulting force happens in 0-flow. It needs probably to define two gas mixing together. It is as two ball jets in opposite direction that mix and cancel the resulting flow. One does need two pressures ($|P^+|$, $|P^-|$) in x direction and two temperatures T^+ , T^- in x direction to recognize the system.²

Segregation:

When the particle is of large size the mean will be more important than the erratic fluctuations due to collision. So large particles will concentrate at the cell centre, without needing to be maintained by the boundary directly, but pushed there by other particles.

I do not think this segregation process was understood previously. However it seems to be a general action of vibration from the walls.

If one does not accept this force, one will probably never understand segregation correctly.

Scientists need to recognize it.

When particle is small it can interchange with the others; if it is exactly the same, it will evolve as the other randomly due to statistical collision, but it will be submitted to a mean central force.

I do not think was described prior P&G17(20), 577 (2009) & P&G 18 , 1 (2010)

This result comes directly from these papers.

Further we already observed this kind of segregation in low gravity, and GG

Annette,

Please, if you have still the data of PRE you can compute this pressure and show that it cancels only at $x=0$

Nicolas (Vandewalle),

² In fact, the real force is $\epsilon(|P^+| - |P^-|)$, owing to Eq.(1) and to paragraph 6.k. This is also true for next paragraphs of the appendix. When $\epsilon=0$, the force disappears.

Can we discuss your simulation results within this framework, as I asked you already in 2011.

Best regards
Pierre

PS I give you also in pdf the text of this comment and of P&G 17, 577 (to help also Yanpei to answer to Mario), and to force discussing the real main problems.

Mail du 23/5/2012 10:01// to: Annette Zippelius <annette@theorie.physik.uni-goettingen.de>, chen <chenyanpei2003@yahoo.com.cn>, Meiying Hou <mayhou@aphy.iphy.ac.cn>, Mario Liu <mliu@unituebingen.de>, Stephan Fauve <fauve@lps.ens.fr>, Stefan Luding <S.Luding@ctw.utwente.nl>, Eduardo Wesfreid <wesfreid@pmmh.espci.fr>, Philippe Gondret <philippe.gondret@fast.u-psud.fr>, pierre.levitz@polytechnique.fr, "Herrmann, Hans" <hans@i...baug.ethz.ch>, thorsten.poeschel@uni-bayreuth.de, jacques villain <jvillain@infonie.fr>, Olivier POULIQUEN <Olivier.Pouliquen@univ-provence.fr>, Claude.Cohen-Tannoudji@lkb.ens.fr, "michel.rosso@polytechnique.fr" <michel.rosso@polytechnique.fr>, "mediateur@cnrs-dir.fr" <mediateur@cnrs-dir.fr>, Secretariat Presidency <secr-presidence@cnrs-dir.fr>, herve.biausser@ecp.fr, leduc@lkb.ens.fr, hes@bu.edu, sfe11@cam.ac.uk, sebastien.candel@ecp.fr, Jim Jenkins <jtj2@cornell.edu>, Nicolas Vandewalle <NVANDEWALLE@ULG.AC.BE>, Nathalie Langlet <nathalie.langlet@ecp.fr>

3) on 25/5/2012; 16:42

3) Dear Annette, on 25/5/2012; 16:42

If I am right, your Fig10 on PRE 70,051313 (2004) displays a series of curves, the pdf of V_x at different position x (where x is the vibration direction).

I am interested very much on these shapes and their variation with x , because we (Liu, Hou and me) found a dissymmetry of the pdf, except at $x=0$.

Can you send me a better view? This will help me.

As a matter of fact, we are checking the dissymmetry of the same curves as those you give in Fig. 10. In our simulations, we look at the dissymmetry of these curves as a function of x , by computing $|P^+|$ and $|P^-|$, which are defined as the sum (v^2) on positive v_x ($|P^-|$), (or negative v_x , $|P^+|$) and found that $|P^-|$ is mainly increasing linearly with x (and $|P^+|$ decreasing linearly with x so that their sum ($|P^+| + |P^-|$) = $2 P_0$ = constant (mainly, i.e. except near the boundary)).

It seems that this result agrees with yours; but the more convincing the better.

This would demonstrate that one cannot define a stress tensor in granular gas, (or that one has to introduce also a momentum flow, which would be different in + and minus direction).

It seems the result is true in 2d and in 3d simulations we performed, in 2d experiments (performed in Airbus 0g)

Sorry to bother you so much.
many thanks

best regards, Pierre

4) on Le 29 mai 2012 à 17:02, Pierre Evesque a écrit :

4) Discussion avec B. Bernu 1/6/12 mail at bernu@lptmc.jussieu.fr

Bernard,

la résolution du problème se fait lentement. Mais je converge. Enfin je crois. En fait on a fait des manips en 0g 2d et 3d... Si x est la direction de vibration, et qu'on définit un plan P perpendiculaire à Ox , à différente valeur de x , on trouve que la pression à droite de P est différente de la pression à gauche. Ceci détruit le modèle hydrodynamique et une bonne partie de la validité des mesures publiées.... et des modèles. Tous les

(la plupart des) articles supposent qu'un tenseur de contrainte existe, ce qui me semble faux.

1) Votre papier (colonne de billes 1d avec 1g, PRE 50 (1994)) montre qu'il y a une différence entre V^+ et V^- . Mais vous concluez à la validité de l'éq. de Boltzmann (5) qui semble classique. Sauf qu'elle doit introduire un $|P^+| - |P^-|$ si je ne m'abuse. C'est pour vérifier ce point avec toi. Si oui avez-vous une expression générale de pdf de V (pour toi $P(v,z)$) exacte

2) Ce n'est pas anodin:

Si je prends MacNamara & Young Phys Fluid A534 (1993) dans leur partie II.A, ils définissent une accélération (Eq (14), puis dans III.C 2 ils écrivent la conservation du flux d'impulsion ,(ce qui me semble faux ici) Eq. (24) , (25). Ce qui a donné lieu à une série de mauvaises interprétations. Qu'en penses-tu?

Car si $|P^+|$ différent de $|P^-|$, la particule subit en plus une accélération qui est centripète quand les deux parois sont vibrées ~~et que g=0~~ (ce qui n'est pas souvent pris en compte, mais que nous voyons dans les simulations et les expériences).

3) En fait un autre papier de Du, Li & Kadanoff (PRL 74, 1268 (1995)) résume le problème des gaz granulaire. Son cas est "très" différent de ce que l'on trouve, ce qui fait que je l'ai probablement « zappé » trop vite, classé ailleurs; mais il résume mon problème actuel et sa solution:

A la fin de l'article, les auteurs donnent la bonne équation de Boltzmann, qui n'est pas celle de MacNamara & Young, et ils remercient Young d'une discussion sur ce problème. Ma lecture est-elle exacte? Et leur écriture est-elle conforme à la votre (sans g).

Si oui, le problème est réglé et la tergiversation n'est plus de mise.

amicalement

Pierre

PS : Bernard,

Attention: En me relisant, je trouve que j'ai été imprécis:

la question #1 relative à votre papier ne doit pas être directement liée aux publications que je mentionne dans le paragraphes précédents:

Vous trouvez effectivement que V^+ est différent de V^- , (ce que les autres papiers souvent refusent d'admettre).

la question 1 est donc pour connaître ton opinion là dessus.

Et par ailleurs, tu trouves le même développement que Du-Li-Kadanoff (PRL 1995) puisque ton "gamma/N" = leur "epsilon"

Pour le reste, à lire normalement...